

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Научно-образовательный центр «Высшая ИТ школа»

УТВЕРЖДЕНО:
Исполнительный директор НОЦ ВИТШ
Т. С. Кетова

Оценочные материалы по дисциплине

Математический анализ
(МатАн)

по направлению подготовки
09.03.04 (33.04) Программная инженерия

Направленность (профиль) подготовки / специализация:
«Топ-ИТ»

Форма обучения
Очная

Квалификация
Программный инженер

Год приема
2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
О.А. Змеев

Председатель УМК
Д.О. Змеев

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций и результатов обучения:

БК-5	Способен использовать прикладную вычислительную математическую теорию в форме построения логической цепочки математических суждений для разделения вычислительных и аналитических задач на более мелкие подзадачи с последующих их решением и обобщения результатов на общую задачу
РОБК-5.4	Знает основы теории доказательств;
РОБК-5.6	Умеет использовать построение логической цепочки суждений для построения доказательств математических, или сводимых к математическим задач;
РОБК-5.8	Умеет объяснять собственные математические выкладки заинтересованным сторонам;
РОБК-5.9	Умеет находить ошибки в логике доказательств математических задач.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

- контроль посещаемости;
- контрольная работа по лекционному и практическому материалу.

Контрольная работа по лекционному и практическому материалу (выполняется очно в аудитории, ограничение по времени 1,5 часа).

1. Предел функции.
2. Написать определение кванторами. Функция называется ограниченной сверху, если
3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x}{x!} = \underline{\hspace{2cm}}$
4. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x + 6}{x^2 + x - 6} = \underline{\hspace{2cm}}$
5. Написать определение кванторами. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$
6. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{x} =$
7. Найти точки разрыва, определить тип $y(x) = e^{x + \frac{1}{2x}}$
8. Для данных бесконечно малых при $x \rightarrow a$ величин записать эквивалентные им в виде $A(x - a)^k \ln(2 - \cos x) \sim$
9. Вычислить, раскрывая неопределенность $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^5 - 4x + 3}$
10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 6x} - 5}{\sqrt[3]{2x} - 2}$.

¹ Все оценочные материалы (текущего контроля, итогового контроля (промежуточной аттестации), контроля проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)), представленные в данном документе, являются примерными. Для оценивания студентов во время контрольно-измерительных мероприятий будут предложены аналогичные по составу и сложности материалы.

Требования по выполнению заданий контрольной работы:

1. Должны быть верно записаны выводы и рассуждения для нахождения требуемого значения, верно проведены все вычисления.
2. Ко всем заданиям должно быть приведено решение, приводящее к верному ответу.
3. К заданиям должно быть приведено рассуждение, использующее определения и формулы и приводящее к верному ответу.

Критерии оценивания: Результаты работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если дан развернутый ответ на первый теоретический вопрос и даны решения всех задач контрольной, приведены все формулы и рассуждения, но допускается не более двух незначительных вычислительных ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если дан развернутый ответ на первый теоретический вопрос и приведены решения для всех задач, все формулы и рассуждения, но допущено более двух вычислительных ошибок, либо не выполнено одно задание.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если дан развернутый ответ на первый теоретический вопрос и даны правильные решения 3 задач контрольной.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Промежуточная аттестация реализуется путем проведения экзамена в конце каждого из четырех модулей по соответствующему разделу. Итоговая оценка за экзамен выводится как среднее арифметическое оценок за четыре модуля. В экзаменационном билете должны присутствовать вопросы по практике и теории по основным пройденным темам.

Критерий оценивания ответа на экзамене (на подготовку и ответ на экзамене отводится 1,5 академического часа):

Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
означает неспособность студента математически верно сформулировать определения или результаты, требуемые в вопросе.	означает способность студента привести частично верно сформулированные результаты и неумение применить сформулированные определения и результаты к конкретной ситуации.	означает способность студента верно сформулировать определения и термины и привести отдельные части решения при неспособности построить логическую цепочку решения задачи без дополнительных указаний.	означает способность студента привести верно сформулированные термины и определения или умение применить сформулированные определения и результаты к конкретной ситуации, делать необходимые обобщения и выводы.

Примерный перечень теоретических вопросов, выносимых на экзамены:

1. Понятие функции: основные элементарные функции.
2. Предел функции. Записать все определения.
3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции: определение, свойства и их взаимная связь.
4. Непрерывность функции: определение, геометрическая интерпретация.
5. Точки разрыва и их классификация.

6. Определение и геометрический смысл производной.
7. Уравнение касательной и нормали к кривой.
8. Определение и геометрический смысл дифференциала.
9. Правила дифференцирования и таблица производных.
10. Дифференцирование показательной-степенной, неявно и параметрически заданной функции.
11. Производные и дифференциалы высших порядков.
12. Правило Лопиталю, применение к раскрытию неопределенностей.
13. Точки экстремума. Теоремы о необходимых и достаточных условиях существования экстремума.
14. Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба. Теорема о достаточных условиях существования точки перегиба.
15. Асимптоты: определение, виды (наклонная, вертикальная).
16. Определение функции нескольких переменных. Область определения.
17. Частные производные функций нескольких переменных.
18. Производная сложной функции и функции заданной неявно.
19. Частные производные и полное приращение функции (геометрическая иллюстрация).
20. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
21. Градиент и производная по направлению. Свойства градиента.
22. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
23. Экстремум функции нескольких переменных (необходимые и достаточные условия).
24. Наименьшее и наибольшее значение функции в замкнутой области.
25. Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла.
26. Понятие определенного интеграла, его геометрический и физический смысл.
27. Свойства определенного интеграла.
28. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла.
29. Метод замены переменной и метод интегрирования по частям.
30. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
31. Определение интегральной суммы Римана.
32. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур в декартовой и полярной системах координат.
33. Определение и вычисление длины дуги плоской кривой.
34. Вычисление объемов тел.
35. Общая схема применения определенного интеграла к решению прикладных задач.
36. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Определение, свойства.
37. Признаки сходимости интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная и условная сходимость.
38. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
39. Теорема сравнения для несобственных интегралов.
40. Определение суммы числового ряда. Свойства сходящихся рядов.
41. Признаки сходимости положительных рядов.
42. Признаки Даламбера, Коши сходимости положительных рядов.
43. Интегральный признак Коши

Примерный перечень практических заданий:

1. Вычислить пределы

1). $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 2x}{3x^2 + 1}$, 2). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 2x}$, 3). $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}$

2. Вычислить производные функции

1). $y = (\sin x)^{e^x}$, 2). $\begin{cases} y = t - \sin t, \\ x = 1 - \cos t. \end{cases}$

3. Пользуясь правилом Лопиталя, найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$$

4. Исследовать функцию и построить ее график

$$y = xe^{\frac{x}{2}}$$

5. Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 - 2xy + 3y^2 + 2x - 4y + 5$$

6. Найти неопределенные интегралы

1). $\int \frac{xdx}{\sqrt{2x^2 + 3}}$, 2). $\int (x+1) \sin 2xdx$, 3). $\int \frac{2x+3}{x^3 + 2x^2 + x} dx$

7. Вычислить определенный интеграл

1). $\int_1^4 \frac{xdx}{x^2 + 3}$, 2). $\int_0^2 (x+2)e^x dx$, 3). $\int_1^3 \frac{dx}{x^2 + x}$

8. Исследовать на сходимость интегралы

1). $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 1}$, 2). $\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x^3}} dx$.

9. Исследовать на сходимость ряды

1). $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \sin\left(\frac{\pi}{2^{n+1}}\right)$, 2). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{3^n}$, 3). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2}{3^{n+1}}$, 4). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Оценочные материалы для проверки остаточных знаний могут быть использованы для формирования программы ГИА (программы государственного экзамена), а также экспертом Рособрназора при проведении проверки диагностической работы по оценке уровня сформированности компетенций обучающихся (при контрольно-надзорной проверке). Вопросы данного раздела показывают вклад дисциплины в образовательный результат образовательной программы. Объем заданий в данном разделе зависит как от количества формируемых индикаторов достижения компетенций, так и от объема дисциплины по учебному плану.

Данный тест может быть предложен студентам 3 или 4 курса после получения оценок по дисциплине «Математический анализ». Предлагается один вариант теста. Для успешного выполнения теста все задания должны быть решены верно, кроме того, решение каждого задания должно быть снабжено определением основных математических понятий, встретившихся в его формулировке.

Вариант 1

1. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sqrt{x+9}-3}$ равен

- 1) -4; 2) -24; 3) 0; 4) 4; 5) 24.

2. Производная функции $y = \frac{2x+3}{5-3x}$ имеет вид

- 1) $\frac{1}{(5-3x)^2}$; 2) $\frac{-12x+1}{(5-3x)^2}$; 3) $\frac{19}{(5-3x)^2}$; 4) другой ответ.

3. Наклонной асимптотой графика функции $y = \frac{2x^2-2}{3x}$ является прямая

- 1) $y=2$; 2) $y=3x-2$; 3) $y=2x$; 4) $y = \frac{2}{3}x$; 5) $x = \frac{2}{3}$.

4. Частная производная по переменной x функции $z = 2\ln(3x+4y)$ равна

- 1) $\frac{1}{3x+4y}$; 2) $\frac{2}{3x+4y}$; 3) $\frac{3}{3x+4y}$; 4) $\frac{6}{3x+4y}$.

5. Какой из интегралов является несобственным второго рода

- 1) $\int \frac{dx}{x^2-1}$; 2) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2-1}$; 3) $\int_3^5 \frac{dx}{x^2-1}$; 4) $\int_3^\infty \frac{dx}{x^2-1}$.

Ключ к тесту

Вопрос	1	2	3	4	5
Ответ	5	3	4	4	2

Информация о разработчиках

Пауль Светлана Владимировна, доктор физико-математических наук, доцент, профессор НОЦ ВИТШ.

Шкленник Мария Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры ТВиМС ИПМКН.