

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Директор института прикладной  
математики и компьютерных наук  
А.В. Замятин  
« 14 » \_\_\_\_\_ 2023 г.



Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине  
(Оценочные средства по дисциплине)

**Случайные процессы**  
по направлению подготовки

**02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем**

Направленность (профиль) подготовки:

**DevOps-инженерия в администрировании инфраструктуры ИТ-разработки**

ОС составил(и):

канд. физ.-мат. наук, доцент  
доцент кафедры теории вероятностей и  
математической статистики

 Д.Д. Даммер

Рецензент:

д-р физ.-мат. наук, профессор,  
профессор кафедры теории вероятностей и  
математической статистики

 С.П.Моиссева

Оценочные средства одобрены на заседании учебно-методической комиссии  
института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН).

Протокол от 08.06.2023 г. №2

Председатель УМК ИПМКН,  
д-р техн. наук, профессор

 С.П. Сущенко

**Оценочные средства (ОС)** являются элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ОС разрабатываются в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины.

### 1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
			Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук;	ОР-1.1.1 – умеет решать типовые задачи, применяя понятия случайных процессов	Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук Демонстрация высокого уровня умений решать типовые задачи, применяя понятия случайных процессов	Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук с неточностями Сформированные умения решать типовые задачи, применяя понятия случайных процессов содержат отдельные пробелы	Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук с ошибками Фрагментарное умение решать типовые задачи, применяя понятия случайных процессов	Не применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук Отсутствие умений решать типовые задачи, применяя понятия случайных процессов
		ОР-1.1.2 – знает представление о полумарковских процессах и методах их марковизации	Демонстрация высокого уровня знаний о полумарковских процессах и методах их марковизации	Сформированные знания о полумарковских процессах и методах их марковизации содержат отдельные пробелы	Фрагментарное знание о полумарковских процессах и методах их марковизации	Отсутствие знаний о полумарковских процессах и методах их марковизации

		ОР-1.1.3 умеет исследовать марковские процессы с дискретным и непрерывно временем	Демонстрация высокого уровня умений исследовать марковские процессы с дискретным и непрерывно временем	Сформированные умения исследовать марковские процессы с дискретным и непрерывно временем содержат отдельные пробелы	Фрагментарное умение исследования марковских процессов с дискретным и непрерывно временем	Отсутствие умений исследовать марковские процессы с дискретным и непрерывно временем
	ИОПК-1.2. Использует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	ОР-1.2.1 – умеет использовать основные понятия, факты, принципы случайных процессов для решения прикладных задач	Использует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности Демонстрация высокого уровня умений использовать основные понятия, факты, принципы случайных процессов для решения прикладных задач	Использует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности с неточностями Сформированные умения использования основных понятий, фактов, принципов случайных процессов для решения прикладных задач содержат отдельные пробелы	Использует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности с ошибками Фрагментарное умение использования основных понятий, фактов, принципов случайных процессов для решения прикладных задач	Не использует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности Отсутствие умений использования основных понятий, фактов, принципов случайных процессов для решения прикладных задач
		ОР-1.2.2 – умеет применять на практике математические модели, используя аппарат случайных процессов, а также компьютерные технологии для решения задач в профессиональной деятельности	Демонстрация высокого уровня умений применения на практике математических моделей, используя аппарат случайных процессов, а также компьютерных технологий для решения задач в профессиональной деятельности	Сформированные умения применения на практике математических моделей, используя аппарат случайных процессов, а также компьютерных технологий для решения задач в профессиональной деятельности содержат отдельные пробелы	Фрагментарное умение применения на практике математических моделей, используя аппарат случайных процессов, а также компьютерных технологий для решения задач в профессиональной деятельности	Отсутствие умений применения на практике математических моделей, используя аппарат случайных процессов, а также компьютерных технологий для решения задач в профессиональной деятельности

		<p>ОР-1.2.3 – умеет применять современный математический аппарат (случайных процессов) для построения адекватных моделей реальных систем</p>	<p>Демонстрация высокого уровня умений применять современный математический аппарат (случайных процессов) для построения адекватных моделей реальных систем</p>	<p>Сформированные умения применять современный математический аппарат (случайных процессов) для построения адекватных моделей реальных систем содержат отдельные пробелы</p>	<p>Фрагментарное умение применять современный математический аппарат (случайных процессов) для построения адекватных моделей реальных систем</p>	<p>Отсутствие умений применять современного математического аппарата (случайных процессов) для построения адекватных моделей реальных систем</p>
	<p>ИОПК-1.3. Обладает необходимыми знаниями для исследования информационных систем и их компонент</p>	<p>ОР-1.3.1 умеет применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности, используя аппарат теории вероятностей</p>	<p>Обладает необходимыми знаниями для исследования информационных систем и их компонент Демонстрация высокого уровня умений применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности, используя аппарат теории вероятностей</p>	<p>Обладает необходимыми знаниями для исследования информационных систем и их компонент с неточностями Сформированные умения применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения различных задач в области профессиональной деятельности, используя аппарат теории вероятностей содержат отдельные пробелы</p>	<p>Обладает необходимыми знаниями для исследования информационных систем и их компонент с ошибками Фрагментарное умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности, используя аппарат теории вероятностей</p>	<p>Не обладает необходимыми знаниями для исследования информационных систем и их компонент Отсутствие умений применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения различных задач в области профессиональной деятельности, используя аппарат теории вероятностей</p>

## 2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1.	Раздел 1 Определения теории случайных процессов	<p>ОР-1.1.1 – умеет решать типовые задачи, применяя понятия случайных процессов</p> <p>ОР-1.2.1 – умеет использовать основные понятия, факты, принципы случайных процессов для решения прикладных задач</p> <p>ОР-1.2.3 – умеет применять современный математический аппарат (случайных процессов) для построения адекватных моделей реальных систем</p>	<p>Теоретические вопросы</p> <p>Практические задания</p>
2.	Раздел 2 Гауссовские случайные процессы	<p>ОР-1.1.1 – умеет решать типовые задачи, применяя понятия случайных процессов</p> <p>ОР-1.2.1 – умеет использовать основные понятия, факты, принципы случайных процессов для решения прикладных задач</p> <p>ОР-1.2.3 – умеет применять современный математический аппарат (случайных процессов) для построения адекватных моделей реальных систем</p>	<p>Теоретические вопросы</p> <p>Практические задания</p>
3	Раздел 3 Марковские процессы	<p>ОР-1.1.3 умеет исследовать марковские процессы с дискретным и непрерывным временем</p> <p>ОР-1.2.1 – умеет использовать основные понятия, факты, принципы случайных процессов для решения прикладных задач</p> <p>ОР-1.2.2 – умеет применять на практике математические модели, используя аппарат случайных процессов, а также компьютерные технологии для решения задач в профессиональной деятельности</p> <p>ОР-1.2.3 – умеет применять современный математический аппарат (случайных процессов) для построения адекватных</p>	<p>Теоретические вопросы</p> <p>Практические задания</p>

		моделей реальных систем  ОР-1.3.1 способен применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности, используя аппарат теории вероятностей	
4	Раздел 4 Полумарковские процессы	ОР-1.1.2 – имеет представление о полумарковских процессах и методах их марковизации и непрерывны временем  ОР-1.2.2 – способен применять на практике математические модели, используя аппарат случайных процессов, а также компьютерные технологии для решения задач в профессиональной деятельности  ОР-1.2.3 – способен применять современный математический аппарат (случайных процессов) для построения адекватных моделей реальных систем  ОР-1.3.1 способен применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности, используя аппарат теории вероятностей	Теоретические вопросы Практические задания

### 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине:

Пример билета для коллоквиума

#### I. Теоретический блок

1. Стационарные процессы в узком и широком смысле
2. Вероятностно-временные характеристики цепи Маркова

#### II. Практический блок

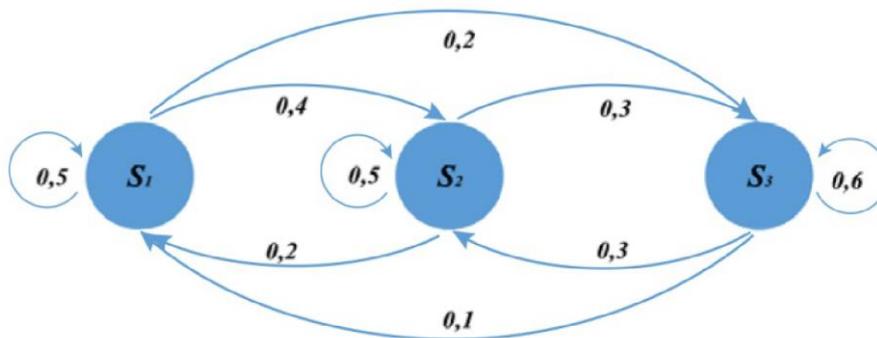
1. Пусть  $\xi(t)$  является однородной цепью Маркова с двумя состояниями:  $X = \{0,1\}$ . Время пребывания в состоянии 0 распределено по

экспоненциальному закону с параметром  $\lambda$ , а время пребывания в состоянии 1 распределено по экспоненциальному закону с параметром  $\mu$ . Найти безусловные вероятности  $P_i(t) = P\{\xi(t) = i\}$  состояний системы в произвольный момент времени.

- Пусть клиенты, которые хотят получить консультацию, образуют простейший поток с параметром  $\lambda$ . Клиентов обслуживает один работник социальной сферы, если он занят, образуется очередь. Считается, что длина очереди не ограничена. Время обслуживания одного клиента является экспоненциально распределенной случайной величиной с параметром  $\mu$ . Пусть  $i(t)$  – число клиентов, находящихся в системе в момент  $t$ . Найти финальные вероятности числа клиентов в системе.

Пример задач для самостоятельной работы:

- Рассмотрим состояния банка, характеризующиеся одной из процентных ставок: 12%, 13%, 14%, которые устанавливаются в начале каждого квартала и фиксированы на всем его протяжении. Таким образом, если за систему  $S$  принять действующую процентную ставку, то она в каждый момент времени может находиться только в одном из состояний:  $S_1$  – процентная ставка 12%,  $S_2$  – процентная ставка 13%,  $S_3$  – процентная ставка 14%. Анализ работы банка в предшествующие годы показал, что изменение переходных вероятностей с течением времени пренебрежимо мало. Определить распределение вероятностей состояний системы в конце года, если в конце предыдущего года процентная ставка составила 13%, а граф вероятностей переходов имеет вид:



- Классифицировать состояния для Марковской цепи, заданной матрицей вероятностей переходов  $P_1$ , записать ее в каноническом виде и найти среднее время перехода из одного состояния в другое внутри замкнутого класса (все возможные варианты).

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 & 0 \end{bmatrix};$$

3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине  
Вопросы к зачету:

1. Определение случайного процесса. Семейство конечномерных распределений СП.
2. Моментные функции. Корреляционная функция.
3. Стационарные и эргодические процессы.
4. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость в среднем квадратическом случайных процессов.
5. Гауссовские случайные процессы. Свойства гауссовского вектора.
6. Винеровский гауссовский случайный процесс. Белый гауссовский шум.
7. Цепи Маркова с дискретным временем. Переходные вероятности.
8. Уравнение Чепмена-Колмогорова. Классификация состояний цепи Маркова.
9. Эргодические теоремы для цепей Маркова с дискретным временем.
10. Цепи Маркова с непрерывным временем. Матрица инфинитезимальных характеристик.
11. Прямая и обратная системы дифференциальных уравнений Колмогорова.
12. Полумарковские процессы. Полумарковская матрица.
13. Метод вложенных цепей Маркова.
14. Метод дополнительной переменной.

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения**

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Для оценивания текущего уровня знаний проводятся коллоквиумы и контрольные работы. В билете содержится два теоретических вопроса (коллоквиум) и две практические задачи (контрольная работа).

Оценка за коллоквиум и контрольную работу выставляются отдельно и независимо.

Оценка	Критерий оценивания коллоквиума
--------	---------------------------------

5	Обучающийся показал отличный уровень владения теоретическим материалом, полностью ответил на поставленные вопросы
4	Обучающийся показал достаточный уровень владения теоретическим материалом, но допустил несущественные ошибки или не полностью изложил материал в одном вопросе
3	Обучающийся показал недостаточный уровень материалом, упустил важные определения или понятия, допустил ошибки при доказательстве теорем в двух вопросах
2	Обучающийся имеет существенные пробелы теоретического материала, не способен оказать теорему, не знает определения. Не ипоказал знание вопросах в билете.

<b>Оцен ка</b>	<b>Критерий оценивания контрольной работы</b>
5	Обучающийся решил две задачи правильно, сопроводил решение объяснением с обоснованием применения тех или иных теорем и определений
4	Обучающийся решил 1 задачу правильно, 2-ю решил с несущественными ошибками, сопроводил решение объяснением с обоснованием применения тех или иных теорем и определений
3	Обучающийся решил только 1 задачу правильно, сопроводил решение объяснением с обоснованием применения тех или иных теорем и определений, 2-ю решил с существенными ошибками или не решил.
2	Обучающийся не решил ни одну задачу, или решил с грубыми ошибками.

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Обучающийся не допускается к промежуточной аттестации, если по результатам текущего контроля знаний были продемонстрированы неудовлетворительные результаты освоения раздела.

<b>Оцен ка</b>	<b>Критерий оценивания ответа на зачете</b>
5 (зачтено)	Обучающийся показал отличный уровень владения всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые умения и навыки решения практических задач
4 (зачтено)	Обучающийся овладел всеми теоретическими вопросами, частично показал основные умения и навыки при решении практических задач
3 (зачтено)	Обучающийся имеет недостаточно глубокие знания по теоретическим разделам дисциплины, показал не все основные умения и навыки при решении практических задач
2 (не зачтено)	Обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и не владеет основными умениями и навыками решения практических задач