

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института прикладной  
математики и компьютерных наук



А. В. Замятин

« 10 » сентября 20 23 г.

Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине  
(Оценочные средства по дисциплине)

**Введение в теорию вероятностей и математическую статистику**

по направлению подготовки

**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки:

**Информационная безопасность**

ОМ составил(и):  
канд. физ.-мат. наук, доцент  
доцент кафедры теории вероятностей  
и математической статистики



И.А. Туренова

Рецензент:  
д-р физ.-мат. наук, профессор,  
зав. кафедрой теории вероятностей  
и математической статистики



С.П. Моисеева

Оценочные средства одобрены на заседании учебно-методической комиссии  
института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 08.06.2023 г. №02

Председатель УМК ИПМКН,  
д-р техн. наук, профессор



С.П. Сущенко

**Оценочные средства (ОС)** являются элементом оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ОС разрабатываются в соответствии с рабочей программой (РП).

### 1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
			Зачтено (Отлично)	Зачтено (Хорошо)	Зачтено (Удовлетворительно)	Не зачтено (Неудовлетворительно)
ОПК-3 – Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности.	ИОПК-3.2 Анализирует математические модели для решения прикладных задач профессиональной деятельности.	ОР-1.1. Обучающийся будет: <b>Знать:</b> - основы теории вероятностей - элементы математической статистики <b>Уметь:</b> - находить статистические оценки характеристик состояний системы - проводить сравнение аналитических и эмпирических оценок - выдвигать и проверять статистические гипотезы. <b>Владеть:</b> - навыками применения аппарата прикладного вероятностного анализа для исследования математических моделей и систем - навыками получения статистических оценок характеристик моделей и систем	Сформированные систематические знания, умения и навыки	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания, и в целом успешно усвоенные, но сопровождающиеся отдельными ошибками умения и навыки	Общие, но не структурированные знания и, в целом успешно усвоенные, но не систематические и осуществляемые умения и навыки	Фрагментарные знания, частично освоенные умения и навыки

		<p>ОР-1.2. Обучающийся будет:</p> <p><b>Уметь</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>-применять вероятностные модели и методы для решения прикладных задач профессиональной и научно-исследовательской деятельности</li><li>- рассчитывать числовые характеристики случайных величин, характеризующих состояние системы</li></ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- навыками решения задач прикладного вероятностного анализа</li></ul>				
--	--	---	--	--	--	--

## 2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1.	Темы 1-4	ОР-1.2.	Задания рабочей тетради по темам 1-4; индивидуальный набор заданий (вопросы 1-4)
2.	Тема 5	ОР-1.1.	Задания рабочей тетради по теме 5; вопрос 5 индивидуального набора заданий

## 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Типовые задания рабочей тетради:

Тема 1. Случайные события:

1. Две игральные кости бросаются одновременно. Найти вероятности следующих событий:

A – сумма выпавших очков равна 8;

B – произведение выпавших очков равно 8;

C – сумма выпавших очков больше, чем их произведение.

2. Имеется 55 шариков, которые случайным образом разбрасываются по 10 лункам. Найти вероятность того, что в первую лунку попадет только 1 шарик, во вторую – 2 шарика, в третью – 3, и так далее, и в десятую лунку попадет ровно 10 шариков.

Тема 2. Случайные величины:

1. Производится 10 независимых опытов, в каждом из которых с вероятностью 0,35 появляется событие A. Составить ряд распределения случайной величины X – числа появлений события, противоположного A в 10 опытах. Найти ее математическое ожидание и дисперсию.

2. Случайная величина X имеет распределение Пуассона с математическим ожиданием  $m=3$ . Построить функцию распределения случайной величины X и найти: а) вероятность того, что случайная величина X примет значение меньше, чем ее математическое ожидание; б) вероятность того, что величина X примет положительное значение.

Тема 3. Случайные векторы:

1. В группе из 20 студентов только двое пропустили более половины занятий, и именно они получили оценку «2» на экзамене. Из остальных студентов 5 человек получили оценку «5», 10 человек - оценку «3» и 3 студента получили «3». Составить

таблицу совместного распределения оценки на экзамене ( $X$ ) и индикатора пропуска более половины занятий ( $Y$ ) для выбранного студента. Найти функцию совместного распределения вектора  $(X, Y)$ . Найти маргинальные законы распределения с.в.  $X$  и  $Y$ . Зависимы ли с.в.  $X$  и  $Y$ . Найти математические ожидания  $EX$  и  $EY$ . Найти дисперсии  $DX$  и  $DY$ . Найти  $Cov(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции  $\rho(X, Y)$ . Найти условные законы распределения с.в.  $X$ . Найти  $Cov(20X-10Y, X-Y)$ . Найти условное математическое ожидание  $EX|Y$  (регрессию  $X$  на  $Y$ ).

2. Имеется урна с 3 белыми и 3 черными шарами. Производится последовательное извлечение шаров (без возвращения) до первого появления белого шара;  $\xi$  – число извлеченных шаров. Далее извлечение шаров продолжается до первого появления черного шара;  $\eta$  – число шаров, извлеченных во второй серии. Требуется составить законы распределения  $(\xi, \eta)$ ,  $\xi$  и  $\eta$ .

Тема 4. Характеристическая и производящая функция:

1. Найти характеристические функции для плотностей вероятностей:

А)  $f(x) = \frac{a}{2} \exp\{-a|x|\}$ ;

Б)  $f(x) = \frac{a}{\pi(a^2+x^2)}$ ;

В)  $\frac{2 \sin^2 \frac{ax}{2}}{\pi ax^2}$ .

2. Найти распределение вероятностей случайной величины, характеристическая функция которой равна:

А)  $\cos t$ ;

Б)  $\frac{\sin at}{at}$ ;

В)  $\frac{a}{a+it}$ .

Тема 5. Элементы статистики.

1. Через каждый час измерялось напряжение в электросети. При этом были получены следующие значения (в вольтах):

227, 219, 215, 230, 232, 223, 220, 222, 218, 219, 222, 221, 227, 226, 226, 209, 211, 215, 218, 220, 216, 220, 221, 225, 224, 212, 217, 219, 220

Построить гистограмму, полигон частот, эмпирическую функцию распределения; оценить вероятность того, что напряжение не превосходит 220 В.

2. Построить доверительные интервалы для вероятности успеха  $p$  в одном опыте:

а)  $n = 60$ ;  $m = 15$ ;  $\gamma = 0,95$ ;

б)  $n = 200$ ;  $m = 70$ ;  $\gamma = 0,9$ ;

2.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Примерный вариант индивидуального набора заданий:

1. В лифт семиэтажного дома на первом этаже вошли три человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная со второго. Найти вероятности следующих событий:

А – все пассажиры выйдут на четвертом этаже;

В – все пассажиры выйдут одновременно ( на одном и том же этаже);

С – все пассажиры выйдут на разных этажах.

2. Техническое устройство состоит из трех узлов. В первом узле  $n_1$  элементов, во втором  $n_2$ , в третьем  $n_3$  элементов. Первый узел безусловно необходим для работы устройства, второй и третий – дублируют друг друга. Время исправной работы каждого элемента распределено по показательному закону, среднее время работы элементов первого узла  $t_1$ , второго –  $t_2$ , третьего –  $t_3$ . Первый узел выходит из строя, если в нем отказало не менее двух элементов, второй узел, как и дублирующий его третий, выходит из строя при отказе хотя бы одного элемента. Для выхода из строя технического устройства достаточно, чтобы вышел из строя первый узел или второй и третий узлы вместе. Найти вероятность того, что за время  $T$  техническое устройство выйдет из строя.

3. При выяснении причин недостачи драгоценных металлов в ювелирном магазине установлено, что их взвешивание производится на весах, цена деления которых равна 0,1 г, а показания весов округляются при взвешивании до ближайшего деления их шкалы, причём округления на любые значения от  $-0,05$  до  $0,05$  равновероятны. Оценить возможность возникновения ошибки более, чем на 0,03 г, вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение потерь.

4. Найти распределение вероятностей случайной величины, характеристическая функция которой равна  $\cos^2 t$ .

5. Как изменятся выборочные среднее и дисперсия, если результаты наблюдения подвергнуть преобразованию масштаба, т.е. увеличить или уменьшить одновременно в  $k$  раз?

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения**

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Задание из рабочей тетради считается выполненным «верно», если выполняются следующие требования:

- получен правильный ответ на каждый поставленный вопрос задачи;
- верно выполнены все требования условия задачи (построение графика, диаграммы и т.п.)
- представлен и аргументирован ход решения задачи (вычисления, используемые формулы).

В противном случае задание не может считаться выполненным «верно».

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Промежуточная аттестация проводится в виде зачета, оценка «зачет» или «незачет» выставляется согласно следующим критериям:

«зачет» выставляется на основе верного выполнения более 80% заданий рабочей тетради;

«незачет» выставляется на основе верного выполнения менее 30% заданий рабочей тетради.

При верном выполнении от 30% до 80% заданий рабочей тетради проводится дополнительное оценочное мероприятие – индивидуальный контрольный набор из 5 задач, по одной задаче по каждой теме курса. В этом случае оценка «зачет» выставляется

при условии правильного решения всех задач индивидуального контрольного набора, в противном случае выставляется оценка «**незачет**».