Приложение 1

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института прикладной
математики и компьютерных наук

_____ А. В. Замятин

« 16 » июня 20 23 г.

Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине
(Оценочные средства по дисциплине)

Введение в математику

по направлению подготовки / специальности

10.05.01 Компьютерная безопасность

Направленность (профиль) подготовки / специализация:
Анализ безопасности компьютерных систем

Томск – 2023

ОМ составил(и):
канд. физ.-мат. наук, доцент
зав. лабораторией компьютерной криптографии И.А. Панкратова

Рецензент:
канд. техн. наук, доцент,
зав. каф. компьютерной безопасности С.А. Останин

Оценочные средства одобрены на заседании учебно-методической комиссии института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 08 июня 2023 г. № 02

Председатель УМК ИПМКН,
д-р техн. наук, профессор С.П. Сущенко

Оценочные средства (ОС) являются элементом оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ОС разрабатываются в соответствии с рабочей программой (РП).

1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенция	**Индикатор компетенции**	**Код и наименование результатов обучения** (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	**Критерии оценивания результатов обучения**			
			Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-3. Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности	ИОПК-3.1 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин; ИОПК-3.2 Осуществляет применение основных понятий, фактов, концепций, принципов математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности	ОР-3.1.1. *Обучающийся сможет: выражать содержательные высказывания в математической форме; доказывать утверждения на математическом языке путём логических рассуждений* ОР-3.2.1. *Обучающийся сможет: дать определения понятиям переменной, константы, множества, кортежа (вектора), соответствия, отношения, отображения, функции, операции; основные операции над высказываниями, высказывательными формами, предикатами, множествами, отношениями*	Сформированные системные знания; успешно применяемые навыки и умения Владеет в совершенстве начальными понятиями математики. Уверенно владеет навыками уточнения языка используемых понятий и математическими доказательствами	Умеет выражать содержательные высказывания в математической форме. Умеет доказывать утверждения на математическом языке путём логических рассуждений	Знает основные понятия курса: переменной, константы, множества, кортежа, отношения, отображения, функции, операции. Знает основные операции над высказываниями, высказывательными формами, предикатами, множествами, отношениями	Не знает основные понятия курса: переменной, константы, множества, кортежа, отношения, отображения, функции, операции. Не знает основные операции над высказываниями, высказывательными формами, предикатами, множествами, отношениями

2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1.	Основные понятия теории множеств	ОР-3.2.1	Практические задания Устный зачет с оценкой
2.	Определения и доказательства по индукции	ОР-3.2.1, ОР-3.1.1	Практические задания Устный зачет с оценкой
3.	Формулы алгебры высказываний	ОР-3.1.1	Практические задания Устный зачет с оценкой
4.	Формулы алгебры предикатов	ОР-3.1.1	Практические задания Устный зачет с оценкой
5.	Кортежи	ОР-3.1.1, ОР-3.2.1	Практические задания Устный зачет с оценкой
6.	Разбиение множества	ОР-3.1.1	Практические задания Устный зачет с оценкой
7.	Отношения; свойства и операции над бинарными отношениями	ОР-3.2.1	Практические задания Устный зачет с оценкой
8.	Отношение эквивалентности	ОР-3.2.1	Практические задания Устный зачет с оценкой
9.	Отношение частичного порядка	ОР-3.2.1	Практические задания Устный зачет с оценкой
10	Отображения	ОР-3.1.1	Практические задания Устный зачет с оценкой
11.	Подстановки	ОР-3.1.1	Практические задания Устный зачет с оценкой

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине

Алгебра высказываний

1. Построить таблицу истинности для формулы (AÞB)Ú(AÙB)
2. Что верно для следующей теоремы:
   1) A является необходимым условием для B;
   2) B является необходимым условием для A;
   3) A является достаточным условием для B;
   4) B является достаточным условием для A:

Теорема. Пусть верно A. Тогда верно B.

Алгебра предикатов

1. Доказать с помощью эквивалентных преобразований:
   $(P \Rightarrow \forall\, x\, Q(x)) \;=\; \forall\, x\, (P \Rightarrow Q(x))$
2. Доказать с помощью логических рассуждений:
   $(\exists\, x\, P(x)) \Rightarrow Q \;=\; \forall\, x\, (P(x) \Rightarrow Q)$

Отношения-1

1. Пусть $\alpha, \beta, \gamma \subseteq A^2$. Доказать: $\forall\, \alpha, \beta, \gamma\ ((\alpha \cap \beta)\gamma \subseteq \alpha\gamma \cap \beta\gamma)$.

2. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $\alpha \subseteq A^2$, $\alpha = \{12, 13, 32, 42, 44\}$. Построить M_α, G_α; найти α^{-1}, α^2, транзитивное замыкание α (задать любым способом: матрицей, графом, перечислением).

Отношения-2

$A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Отношения α и β заданы перечислением:
$\alpha = \{a2, a3, b1, b4, c1, c3, c4, d2, d4, e2\}$, $\beta = \{41, 42\}$.

1. Построить матрицы и графы отношений α и β.
2. Построить обращение α^{-1}, произведения $\alpha\beta$ и β^2, транзитивное замыкание отношения β; задать все эти отношения матрицами и графами.
3. Является ли отношение β рефлексивным? Симметричным? Антисимметричным? Транзитивным? Ответы обосновать.
4. Является ли β отношением эквивалентности? Ответ обосновать; если является — построить фактор-множество B/β.
5. Является ли β отношением порядка? Ответ обосновать; если является — построить для него диаграмму Хассе.
6. Является ли какое-либо из отношений α, β отображением? Если да, то является ли оно сюръективным, инъективным, биективным? Ответы обосновать.
7. Если ответы на вопросы 4 и/или 5 отрицательные, то привести пример(ы) отношения эквивалентности и/или порядка на множестве B, построить для них соответственно фактор-множество и диаграмму Хассе.

Подстановки

Даны подстановки f и g на множестве $\{1, 2, ..., 9\}$.
1. Разложить подстановки f и g в произведения независимых циклов и в произведения транспозиций; выписать все инверсии; определить чётность подстановок.
2. Построить f^{-1}, g^{-1}, fg.

3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Билет 1.

1. Переменная и константа. Тип константы и переменной. Числовая и логическая переменные и константы. Вещественная, рациональная, целочисленная, натуральная, *k*-значная и булева переменные.
2. Свойства симметрической разности: нейтральность пустого, коммутативность, ассоциативность (с доказательством и иллюстрацией на диаграммах Эйлера – Венна).
3. Отношение эквивалентности: определение на языке логики и равносильное определение с использованием тождественного отношения, отношения равенства и операций обращения и возведения отношения в квадрат. Матрица и граф отношения эквивалентности.

Билет 2.

1. Число *k*-элементных и число всех подмножеств *n*-элементного множества (с доказательством).
2. Дистрибутивность пересечения относительно симметрической разности (с доказательством и иллюстрацией на диаграммах Эйлера – Венна).
3. Взаимно однозначное соответствие между эквивалентностями на множестве и разбиениями этого множества: эквивалентность, соответствующая разбиению; смежные классы эквивалентности и их свойства.

Билет 3.

1. Индуктивное определение натурального числа; целого числа.

2. Свойства объединения множеств: нейтральность пустого, идемпотентность, коммутативность, ассоциативность (с доказательством и иллюстрацией на диаграммах).
3. Сравнимость целых чисел по модулю как эквивалентность. Классы вычетов целых чисел по модулю.

Билет 4.

1. Индуктивное доказательство утверждения о количестве различных перестановок ряда чисел 1, 2, …, n.
2. Объединение множеств: определение на языке логики, демонстрация диаграммами Эйлера – Венна.
3. Число элементов в декартовом произведении конечного числа конечных множеств и в декартовой степени конечного множества (с доказательством).

Билет 5.

1. Логические союзы (не; и; или; если, то; если и только если) и соответствующие им операции над высказывательными переменными. Объяснение и запись с их помощью математических понятий: условие (посылка), заключение (следствие), необходимое условие, достаточное условие.
2. Частично упорядоченное (ч. у.) множество, сравнимые и несравнимые элементы, минимальный, максимальный, наименьший и наибольший элементы в ч. у. множестве.
3. Подстановки: цикл, независимые циклы, разложение подстановки в произведение независимых циклов.

Билет 6.

1. Свойства пересечения множеств: пересечение с пустым, идемпотентность, коммутативность, ассоциативность (с доказательством и иллюстрацией на диаграммах).
2. Отношения на наборе множеств. Унарные, бинарные и n-арные отношения.
3. Свойства операций над бинарными отношениями: слабая форма дистрибутивности умножения относительно пересечения, обращение объединения и пересечения (с доказательством на языке логики).

Билет 7.

1. Индуктивное определение формулы алгебры высказываний, её подформулы и её значения.
2. Число отношений на наборе конечного числа конечных множеств и n-арных отношений на k-элементном множестве (с доказательством).
3. Диаграмма Хассе конечного частично упорядоченного множества (с примерами).

Билет 8.

1. Пересечение множеств: определение на языке логики, демонстрация диаграммами Эйлера – Венна.
2. Определение и запись выражения «элементы a, b находятся в бинарном отношении □». Способы задания отношений. Матрица и граф бинарного отношения.
3. Рефлексивность бинарного отношения: определения на языке логики и с использованием тождественного отношения (с доказательством равносильности). Проверка этого свойства на графе и матрице отношения. Примеры рефлексивного и нерефлексивного отношений.

Билет 9.

1. Разность множеств: определение на языке логики, демонстрация диаграммами Эйлера – Венна.
2. Теоретико-множественные операции (дополнение, пересечение, объединение, разность, симметрическая разность) над бинарными отношениями и их выполнение на графах и матрицах.
3. Симметричность бинарного отношения: определения на языке логики и с использованием тождественного отношения (с доказательством равносильности). Проверка этого свойства на графе и матрице отношения. Примеры симметричного и несимметричного отношений.

Билет 10.

1. Предикатно-субъектная структура высказывания. Кванторы существования и общности.
2. Обращение и произведение бинарных отношений: определение на языке логики, обозначение и их выполнение на графах. Степень бинарного отношения на множестве.
3. Антисимметричность бинарного отношения: определения на языке логики и с использованием тождественного отношения (с доказательством равносильности).

Проверка этого свойства на графе и матрице отношения. Примеры антисимметричного и неантисимметричного отношений.

Билет 11.

1. Индуктивное определение формулы алгебры предикатов, её подформулы. Свободные и связанные переменные в формуле. Замкнутая формула.
2. Связь между операциями объединения и пересечения множеств: законы поглощения и дистрибутивности (с доказательством и иллюстрацией на диаграммах Эйлера – Венна).
3. Транзитивность бинарного отношения: определения на языке логики и с использованием операции возведения отношения в квадрат (с доказательством равносильности). Проверка этого свойства на графе отношения. Примеры транзитивного и нетранзитивного отношений.

Билет 12.

1. Свойства кванторов (с доказательством): коммутативность одноимённых кванторов, вынесение относительной константы из-под знака квантора.
2. Транзитивное замыкание бинарного отношения: определение, обозначение и выполнение на графе.
3. Доказать существование минимальных и максимальных элементов в конечном частично упорядоченном множестве.

Билет 13.

1. Свойства кванторов (с доказательством): дистрибутивность квантора существования (общности) относительно дизъюнкции (соответственно конъюнкции).
2. Дополнение универсального и пустого множеств, инволютивность дополнения, объединение и пересечение множества с его дополнением.
3. Отображение: определение, запись, граф, матрица и таблица отображения. Свойство функциональности отображения.

Билет 14.

1. Свойства кванторов (с доказательством): законы де Моргана, выражения кванторов через дизъюнкцию и конъюнкцию на конечной предметной области.
2. Дополнения объединения и пересечения множеств (законы де Моргана).
3. Разбиение множества. Блоки (классы) разбиения.

Билет 15.

1. Способы задания множеств: перечислением, характеристическим свойством, аналитически, определением по индукции. Равенство множеств: определение и способ доказательства.
2. Транзитивное замыкание на n-элементном множестве как объединение степеней отношения с показателем не выше n. Вычисление транзитивного замыкания по его матрице.
3. Интервал в частично упорядоченном множестве. Количество интервалов в множестве булевых векторов длины n.

Билет 16.

1. Подмножество, собственное и несобственное подмножества: определения на языке логики, демонстрация диаграммами Эйлера – Венна.
2. Законы де Моргана для разности, объединения и пересечения множеств (с доказательством и иллюстрацией на диаграммах Эйлера – Венна).
3. Инъективное, сюръективное и биективное отображения: определения и их графы и матрицы; примеры.

Билет 17.

1. Кортеж; компонента (координата), длина кортежа; равенство кортежей; проекция кортежа; кортеж над множеством.
2. Свойства операций над бинарными отношениями: правило обращения произведения, дистрибутивность умножения относительно объединения (с доказательством на языке логики).
3. Обратимость отображения и обратное отображение. Биективность отображения как необходимое и достаточное условие его обратимости.

Билет 18.

1. Формы (формулы). Свободные и связанные переменные в форме. Арность (местность) формы. Значение и тип формы. Равенство (равносильность) форм.
2. Отношение включения между множествами и его свойства: включение пустого, рефлексивность, антисимметричность, транзитивность (с доказательством и иллюстрацией на диаграммах).
3. Число кортежей длины n над k-элементным множеством (с доказательством).

Билет 19.

1. Взаимно обратные теоремы, взаимно противоположные теоремы, закон контрапозиции.
2. Отношение (частичного) порядка: определение на языке логики и равносильное определение с использованием тождественного отношения, отношений включения и равенства и операций обращения, пересечения и возведения отношения в квадрат. Граф отношения порядка.
3. Подстановки: определение, запись подстановки, множество S_n, его мощность, произведение и обращение подстановок.

Билет 20.

1. Свойства операций $\neg$, $\wedge$, $\vee$ над высказывательными переменными (с доказательствами): инволютивность (отрицания), идемпотентность, коммутативность, ассоциативность (конъюнкции, дизъюнкции).
2. Отношение эквивалентности: образующие смежных классов; фактор-множество по эквивалентности; главная теорема математики.
3. Транспозиции, разложение цикла в произведение транспозиций. Инверсии, чётные и нечётные подстановки.

Билет 21.

1. Универсальное множество (универсум). Пересечение и объединение множества с универсальным. Дополнение множества (до универсального): определение, демонстрация диаграммами Эйлера – Венна.
2. Обращение бинарного отношения и транспонирование его матрицы. Произведение бинарных отношений и логическое умножение булевых матриц.
3. Теорема об умножении подстановки на транспозицию.

Билет 22.

1. Декартово (прямое, картезианское) произведение множеств. Декартова степень множества.
2. Образ и прообраз при отображении. Количество всех отображений n-элементного множества в k-элементное множество.
3. Следствия теоремы об умножении подстановки на транспозицию: альтернативное определение чётности подстановки; количество чётных подстановок; чётность обратной подстановки.

Билет 23.

1. Симметрическая разность множеств: два определения и их равносильность — как объединение разностей и как разность объединения и пересечения, демонстрация диаграммами Эйлера – Венна.
2. Свойства операций над бинарными отношениями: некоммутативность и ассоциативность умножения, инволютивность обращения, коммутативность обращения с дополнением (с доказательством на языке логики).
3. Доказать: если в частично упорядоченном множестве существует наименьший (наибольший) элемент, то он единственный и совпадает с минимальным (максимальным).

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

В течение семестра необходимо выполнение всех обязательных практических заданий и контрольных работ.

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме устного зачета с оценкой по теоретическому материалу. К зачету допускаются только студенты, успешно прошедшие текущие аттестации.

Каждый билет для устного экзамена состоит из трех теоретических вопросов по темам дисциплины. Во время устного зачета с оценкой в качестве дополнительных вопросов преподаватель может задавать вопросы по темам, не вошедшим в билет.