Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Высшая инженерная школа агробиотехнологий

Оценочные материалы по дисциплине

Математика

по направлению подготовки

36.03.02 Зоотехния

Направленность (профиль) подготовки:
Зоопсихология и благополучие животных

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2022

Томск – 2025

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИУК 1.1 Аргументировано формулирует собственные суждения и оценки с использованием системного подхода

ИУК 1.2 Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи

ИУК 1.3 Применяет алгоритмы анализа задач, выделяя их базовые составляющие

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– тесты;

– контрольная работа;

Далее следует описать каждый элемент (формулировки задач, темы рефератов и др.) с указанием кодов проверяемых индикаторов достижения компетенций и критерии его оценивания, привести ключи правильных ответов или принцип построения правильного ответа (по возможности).

Пример

Тест (ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3)

1. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a} = \overline{m} + 2\overline{n}$, $\overline{в} = \overline{m} - 3\overline{n}$, $|\overline{m}|$=5, $|\overline{n}|$=3, угол $(\overline{m}, \overline{n})$=$\frac{\pi}{6}$.

1) 22 2) 37,5 3) 28 4) $75 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

2. Какие уравнения определяют параллельные плоскости

$P_1: 5x - 7y + 2z = 3$ $P_3: -10x + 14y - 4z + 6 = 0$

$P_2: \frac{x}{5} - \frac{y}{7} + \frac{z}{2} = \frac{1}{3}$ $P_4: -10x + 14y - 4z = 0$

1) P_1 *и* P_2 2) P_3 *и* P_2 3) P_1 , P_3 *и* P_4 4) P_4 *и* P_2

3. Выберите верное утверждение: «Для того, чтобы ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ расходился …»

1) Необходимо, чтобы $\lim_{n\to\infty} u_n \neq 0$.

2) Достаточно, чтобы $\lim_{n\to\infty} u_n \neq 0$.

3) Необходимо и достаточно, чтобы $\lim_{n\to\infty} u_n \neq 0$.

4) Условие $\lim_{n\to\infty} u_n \neq 0$ никак не связано с расходимостью ряда.

Ключи: 1 2), 2 4), 3 3).

Критерии оценивания: тест считается пройденным, если обучающий ответил правильно как минимум на половину вопросов.

Контрольная работа ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3)
Контрольная работа состоит из 6 задач.

Примеры задач:

Задача 1
В задаче 1 даны координаты вершин треугольника *ABC*. Найдите:
1) длину стороны *AB*;
2) уравнения сторон *AB* и *BC* и их угловые коэффициенты;
3) угол при вершине *B* в градусах с точностью до сотых долей градуса;
4) уравнение высоты *CD* и ее длину;
5) уравнение медианы *AE*;
6) уравнение прямой, проходящей через точку *C* параллельно стороне *AB*.

A(–2, 0); B(10, –9); C(14, 13).

Задача 2
Решите систему линейных уравнений по правилу Крамера и методом Гаусса, сделайте проверку.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 0, \\ x + 3y - 2z = 5, \\ -3x + 5y - 2z = 1. \end{cases}$$

Задача 3
В задаче 3 даны координаты вершин треугольной пирамиды *ABCD*. Найдите:
1) длину ребра *BC*;
2) угол между ребрами *AB* и *AD* в градусах с точностью до сотых долей градуса;
3) проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, совпадающую с направлением вектора $\overline{CD}$;
4) площадь грани *ABC*;
5) объем треугольной пирамиды *ABCD*.

A(3,1,0); B(1,3,7); C(0,–2,5); D(2,2,1).

Задача 4
Найдите пределы указанных функций.

а) $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{x^2+8x-9}{2x^2-7x+5}$, $x_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ \infty \end{pmatrix}$; б) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 3x}{\mathrm{tg} 2x}$; в) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{4x-1}{4x+1} \right)^{2x}$.

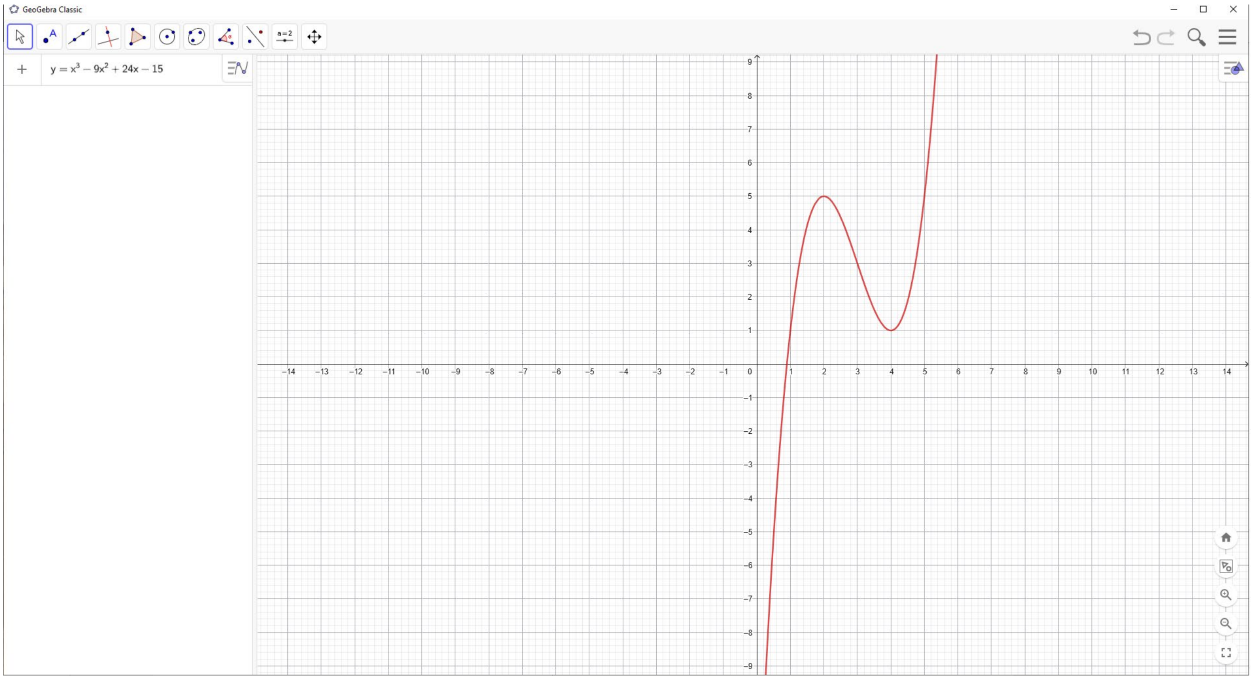
Задача 5
Найдите производные указанных функций.

а) $y = \frac{3}{5}x^5 - \frac{1}{2x^4} - \frac{2}{\sqrt[4]{x^3}} + 7$; б) $y = \dfrac{e^x - \sin x}{\cos x + \sqrt{x}}$; в) $y = \sqrt[4]{x^2 + \ln x}$.

Задача 6

Исследуйте данную функцию (найдите ее интервалы возрастания и убывания, точки экстремума, интервалы выпуклости и вогнутости, координаты точек перегиба) и постройте ее график.

$$y = x^3 - 9x^2 + 24x - 15.$$



Ответы:

Задача 1.

1) Расстояние d между точками $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ плоскости определяется по формуле

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Находим расстояние d между точками $A(-2,0)$ и $B(10, -9)$: $AB = 15$.

2) Уравнение прямой, проходящей через точки $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$, плоскости, записывается в виде

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}.$$

Уравнение стороны AB:

$$\frac{x + 2}{12} = \frac{y}{-3},$$

или $y = -\frac{9}{4}x - \frac{9}{2}$, где $k = -9/4$ − угловой коэффициент стороны AB.

Уравнение стороны BC:

$$\frac{x - 10}{4} = \frac{y + 9}{22},$$

или $y = \frac{1}{2}x - 14$, где $k = 1/2$ − угловой коэффициент стороны BC.

3) Косинус угла при вершине B найдём, используя формулу скалярного произведения векторов:

$$\cos\left(\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}}\right) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|\left|\overrightarrow{BC}\right|} = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \angle B \cong 63{,}43° .$$

4) Уравнение высоты CD это уравнение прямой, проходящей через точку C перпендикулярно вектору $\overrightarrow{AB}$:

$$4(x - 14) - 3(x - 13) = 0.$$

Найдём координаты точки D пересечения прямых AB и CD длину высоты $\left|\overrightarrow{CD}\right| =$.

5) Уравнение медианы AE это уравнение прямой, проходящей через точку A и точку E − середину отрезка BC:

$$\frac{x+2}{14} = \frac{y}{-9}.$$

6) Уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно стороне AB:

$$\frac{x-14}{-4} = \frac{y-13}{3}.$$

Задача 2.

1) *Правило Крамера*

Вычислим определители $\Delta, \Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$, где Δ − определитель основной матрицы системы, $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ − определители, которые получаются из определителя основной матрицы заменой соответственно первого, второго и третьего столбцов столбцом свободных членов системы. Тогда неизвестные x, y, z находятся по формулам

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = 1, \ y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = 0, \ z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = -2 .$$

1) *Метод Гаусса*

Расширенная матрица системы приводится элементарными преобразованиями строк к эквивалентной матрице ступенчатого вида. Система уравнений, соответствующая матрице ступенчатого вида (эквивалентная система), решается обратным ходом метода Гаусса: из третьего уравнения находится $z = -2$, затем из второго уравнения находится $y = 0$, после этого из первого уравнения находится $x = -2$.

Задача 3.

1) Расстояние d между точками $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$ определяется по формуле

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} .$$

Находим расстояние d между точками $B(1,3,7)$ и $C(0,-2,5)$: $BC = \sqrt{30}$.

2) Косинус угол между ребрами AB и AD найдём, используя формулу скалярного произведения векторов:

$$\cos\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}\right) = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AD}\right|} = \frac{\sqrt{19}}{57} \Rightarrow \widehat{AB,AD} \cong 85{,}61° \,.$$

3) Проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, совпадающую с направлением вектора $\overline{CD}$ найдём, используя формулу скалярного произведения векторов в виде $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot \text{Пр}_{\vec{a}}\vec{b}$:

$$\text{Пр}_{\overrightarrow{CD}}\overrightarrow{AB} = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{CD}\right|} = \frac{4+8-28}{\sqrt{\sqrt{4+16+16}}} = -4 \,.$$

4) Площадь грани ABC находим по формуле

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right| = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ -2 & 2 & 7 \\ -3 & -3 & 5 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\left|31\vec{\imath} - 11\vec{\jmath} + 12\vec{k}\right| =$$
$$\frac{1}{2}\sqrt{31^2 + 11^2 + 12^2} \cong 17{,}51 \,,$$

где $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$ – векторное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

5) Объем треугольной пирамиды рассчитывается по формуле $V = \frac{1}{6}\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\vec{c}\right|$, где $\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\vec{c} = \left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}$ – смешанное произведение векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, и $\vec{c}$, направленных вдоль любых трёх различных рёбер пирамиды и равных им по длине. Оно равно определителю, в котором первая, вторая и третья строки равны соответственно координатам векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, и $\vec{c}$. Для треугольной пирамиды $ABCD$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}\right| = \left\|\begin{matrix} -2 & 2 & 7 \\ 31 & -11 & 12 \\ = 1 & 1 & 1 \end{matrix}\right\| \cong 16{,}67 \,.$$

Задача 4.

Используем свойства пределов и способы раскрытия неопределенностей (первый и второй замечательные пределы, таблица эквивалентных бесконечно малых величин):

а) $\lim\limits_{x\to-1}\frac{x^2+8x-9}{2x^2-7x+5} = \frac{(-1)^2+8\cdot(-1)-9}{2\cdot(-1)^2-7\cdot(-1)+5} = -\frac{8}{7}$; $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2+8x-9}{2x^2-7x+5} = \frac{(1)^2+8\cdot1-9}{2\cdot(1)^2-7\cdot1+5} = 0$;

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+8x-9}{2x^2-7x+5} = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+\frac{8}{x}-\frac{9}{x^2}}{2-\frac{7}{x}+\frac{5}{x^2}5} = \frac{1}{2}$.

б) $\lim\limits_{x\to-1}\frac{\sin 3x}{\tan 2x} = \lim\limits_{x\to-1}\frac{3x}{2x} = \frac{3}{2}$;

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{4x-1}{4x+1}\right)^{2x} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{4x+1-2}{4x+1}\right)^{2x} =$

$$= \lim_{x\to\infty}\left(1 - \frac{2}{4x+1}\right)^{2x} = |4x+1 = t, \qquad x = (t-1)/4| = \lim_{t\to\infty}\left(1 + \frac{1}{-t/2}\right)^{\frac{t-1}{2}} =$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{-t/2}\right)^{\frac{-t}{2}}\right)^{\frac{t-1}{2}\cdot\frac{2}{-t}} = e^{\lim\limits_{t\to\infty} -\frac{t-1}{t}} = e^{-1} = \frac{1}{e}.$$

Задача 5.
Используем правила вычисления производных и таблицу производных.

а) $\left(u(x) \pm v(x)\right)' = u'(x) \pm v'(x)$

$$y' = 3x^4 + \frac{2}{x^5} + \frac{1}{\sqrt[4]{x^7}};$$

б) $\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{v^2(x)}$

$$y' = \frac{e^x\left(\cos x+\sin x+\frac{2x=1}{2\sqrt{x}}\right)-1+\frac{-2x\cos x+\sin x}{2\sqrt{x}}}{\left(\cos x+\sqrt{x}\right)^2}$$

Задача 6 (ИПК-3.3)
Найти производную функции y=ln(sin(3x2))

Шаг 1: Определение структуры функции
Данная функция является сложной (композицией функций) и имеет вид y=f(g(h(x))), где:

1. Внешняя функция:

$f(u)$=ln$u$

2. Промежуточная функция:

$g(v)$=sin$v$

3. Внутренняя функция:

$h(x)$=3x2

Для решения применим цепное правило дифференцирования:

y'=$f'(u)\cdot g'(v)\cdot h'(x)$

.

Шаг 2: Нахождение производных каждой составляющей
Найдем производные последовательно от внешней функции к внутренней:

1. Производная логарифма:

(ln$u$)′=1/u, следовательно, для нашей функции это

1/sin(3x2)

.Производная синуса:

$(\sin v)'=\cos v$, что в нашем случае дает

$\cos(3x2)$

2. Производная степенной функции:

$(3x2)'=3\cdot 2x=6x$

. Шаг 3: Сборка и упрощение выражения
Перемножим полученные результаты:
$y'=1\sin(3x2)\cdot\cos(3x2)\cdot 6x$
Используя тригонометрическое отношение

$\cos\alpha\sin\alpha=\cot\alpha$ (котангенс), упростим выражение:

$y'=6x\cdot\cos(3x2)\sin(3x2)=6x\cot(3x2)$

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если все задачи решены без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если решены 5 задач.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если решены 4 задачи.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если решены менее 4 задач.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

В этом разделе следует описать форму и структуру промежуточной аттестации, перечислить вопросы, задачи или задания, выносимые на зачет или экзамен, описать критерии оценивания ответов. (ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3)

Структура экзамена должна соответствовать компетентностной структуре дисциплины. При описании системы оценивания итогового контроля по дисциплине необходимо продемонстрировать достижение всех запланированных индикаторов – результатов обучения.

Также необходимо описать каким образом текущий контроль влияет на промежуточную аттестацию (студент имеет право проходить промежуточную аттестацию вне зависимости от результатов текущей успеваемости) и в каком случае ставится оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

В случае применения балльно-рейтинговой системы необходимо описать механизм перевода оценки в пятибалльную шкалу. Балльно-рейтинговая система должна учитывать результаты текущего контроля и промежуточной аттестации и на промежуточную аттестацию должно отводиться не более 40% рейтинга.

Пример

Экзаменационный билет состоит из трех частей. (ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3)

Первая часть представляет собой тест из 5 вопросов, проверяющих. Ответы на вопросы первой части даются путем выбора из списка предложенных.

Вторая часть содержит один вопрос, проверяющий. Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме.

Третья часть содержит 2 вопроса, проверяющих и оформленные в виде практических задач. Ответы на вопросы третьей части предполагают решение задач и краткую интерпретацию полученных результатов.

Перечень теоретических вопросов:

1. Что такое ранг матрицы?

- А) Сумма всех элементов матрицы.
- Б) Максимальное число линейно независимых строк (или столбцов).
- В) Количество строк умноженное на количество столбцов.
- **Ответ: Б**

2. Скалярное произведение двух векторов равно нулю, если:

- А) Векторы коллинеарны.
- Б) Векторы ортогональны (перпендикулярны).
- В) Векторы сонаправлены.
- **Ответ: Б**

3. Уравнение $Ax+By+Cz+D=0$ задает:

- А) Прямую на плоскости.
- Б) Плоскость в пространстве.
- В) Прямую в пространстве.
- **Ответ: Б**

4. Если предел функции при $x \to a$ равен бесконечности, это означает, что:

- А) Предел существует и равен равен бесконечности.
- Б) Предел не существует.
- В) Функция непрерывна.
- **Ответ: Б**

5. Точка, в которой производная равна нулю или не существует, называется:

- А) Точкой экстремума.
- Б) Критической точкой.
- В) Точкой перегиба.
- **Ответ: Б**

6. Дать определение по Коши («на языке $\varepsilon-\delta$»).

6. – Число A называется **пределом функции** $f(x)$ в точке $x0$, если для любого сколь угодно малого положительного числа $\varepsilon>0$ найдется такое положительное число $\delta>0$, что для всех x, удовлетворяющих условию $0<|x-x0|<\delta$, выполняется неравенство: $|f(x)-A|<\varepsilon$.

Простыми словами: предел равен A , если значения функции становятся сколь угодно близкими к A , когда аргумент x приближается к $x0$.

Примеры задач:

Задача 1.

<table>
<tr><td>Условие задачи</td><td>Краткая запись решения</td></tr>
<tr><td>2. Раскрыть скобки и вычислить
вектор: $((\bar{i}+2\bar{k})\times(\bar{i}-\bar{k}))\times\bar{i}$.</td><td>$\bar{i}\times\bar{i}=\bar{j}\times\bar{j}=\bar{k}\times\bar{k}=0.$
$(0+2\bar{k}\times\bar{i}-\bar{i}\times\bar{k}+0)\times\bar{i}=$
$=(3\bar{k}\times\bar{i})\times\bar{i}=3\bar{j}\times\bar{i}=-3\bar{k}$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Объяснение. Единичные координатные векторы $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$ перпендикулярны друг другу и образуют правую тройку. Если на чертеже показать координатные векторы, то хорошо видно, что $\bar{i}\times\bar{j}=\bar{k}$, $\bar{j}\times\bar{k}=\bar{i}$, $\bar{k}\times\bar{i}=\bar{j}$. Для любых векторов $\bar{a}$, $\bar{b}$ верно также $\bar{a}\times\bar{b}=-\bar{b}\times\bar{a}$, $\bar{a}\times\bar{a}=0$. В векторном произведении разрешается раскрывать скобки. При этом исчезнут слагаемые, где вектор умножается сам на себя. Меняя порядок сомножителей, не забываем сменить знак перед произведением на противоположный.</td></tr>
</table>

Задача 2.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y=(x+7)e^{x+8}$$

на отрезке $[-9;-7]$.

1. Найдем производную функции:

$$y'=\left((x+7)e^{x+8}\right)'=(x+7)'e^{x+8}+(x+7)\left(e^{x+8}\right)'=$$

$$=e^{x+8}+(x+7)e^{x+8}=(1+x+7)e^{x+8}=(x+8)e^{x+8}.$$

2. Найдем значения x, при которых производная функции равна нулю:

$$(x+8)e^{x+8}=0,\ x+8=0,\ x=-8.$$

3. Это значение $x=-8$ принадлежит промежутку $[-9;-7]$.

4. Вычислим значения функции в найденной точке и на концах отрезка:

$$y(-9) = (-9+7)e^{-9+8} = -2e^{-1} \approx -\frac{20}{27},$$

$$y(-7) = (-7 + 7)e^{-7+8} = 0,$$

$$y(-8) = (-8 + 7)e^{-8+8} = -1.$$

5. Выберем из найденных в п.4 значений наибольшее и наименьшее:

$$y_{\text{наиб}} = y(-7) = 0, y_{\text{наим}} = y(-8) = -1.$$

Критерии оценивания:

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на все вопросы теста, на теоретический вопрос дан развернутый ответ и все задачи решены без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если даны правильные ответы не менее чем на 4 вопроса теста, включая развернутый ответ . на теоретический вопрос и все задачи решены без ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если даны правильные ответы как минимум на половину вопросов теста и решена хотя бы одна задача.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если даны правильные ответы менее чем на половину вопросов теста и (или) не решена ни одна задача.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

*Оценочные материалы для проверки остаточных знаний могут быть использованы для формирования программы ГИА (программы государственного экзамена), а также экспертом Рособрнадзора при проведении проверки диагностической работы по оценки уровня форсированности компетенций обучающихся (при контрольно-надзорной проверке). Вопросы данного раздела показывают вклад дисциплины в образовательный результат образовательной программы. Объем заданий в данном разделе зависит как от количества формируемых индикаторов достижения компетенций, так и от объема дисциплины по учебному плану. (*ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3)

Тест

1. Найти определитель матрицы
   (ИОПК-2.2.)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

а) 2
б) 10
в) 5
г) -2

2. Блок «Математический анализ»

Проверяет владение аппаратом исследования функций и процессов.

Вычислить предел последовательности (ИПК 3.3):

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^2+5}{x^2-2}.$$

а) ∞

б) 0

в) 3

3. Блок «Теория вероятностей и статистика»

Проверяет способность анализировать риски и случайные процессы.

В партии из 20 деталей 4 бракованных. Найти вероятность того, что среди 3 наугад выбранных деталей хотя бы одна будет бракованной. (ИПК 3.3)

а) 1/5

б) 3/20

в) 1/30

Задачи

Задача 1 (ИПК-3.3)

Найти производную функции y=ln(sin(3x2))

Задача 2 (ИОПК-2.1)

Используя преобразование параллельного переноса, привести уравнение линии второго порядка к каноническому виду и построить кривую

x 2 + 2x + 2y 2 − 4y + 1 = 0.

Ответы:

Задача 1.

Шаг 1: Определение структуры функции

Данная функция является сложной (композицией функций) и имеет вид y=f(g(h(x))), где:

4. Внешняя функция:

$f(u)$=ln$u$

5. Промежуточная функция:

$g(v)$=sin$v$

6. Внутренняя функция:

$h(x)$=3x2

Для решения применим цепное правило дифференцирования:

y'=$f'(u)\cdot g'(v)\cdot h'(x)$

.

Шаг 2: Нахождение производных каждой составляющей

Найдем производные последовательно от внешней функции к внутренней:

3. Производная логарифма:

$(\ln u)'=1/u$, следовательно, для нашей функции это

$1/\sin(3x2)$

.Производная синуса:

$(\sin v)'=\cos v$, что в нашем случае дает

$\cos(3x2)$

4. Производная степенной функции:

$(3x2)'=3\cdot 2x=6x$

. Шаг 3: Сборка и упрощение выражения
Перемножим полученные результаты:
$y'=1\sin(3x2)\cdot\cos(3x2)\cdot 6x$
Используя тригонометрическое отношение

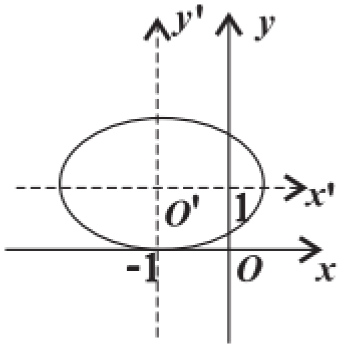
$\cos\alpha\sin\alpha=\cot\alpha$ (котангенс), упростим выражение:

$y'=6x\cdot\cos(3x2)\sin(3x2)=6x\cot(3x2)$

Ответ:

$y'=6x\cdot\cos(3x2)\sin(3x2)=6x\cot(3x2)$

Задача 2.
По формулам
a 2 + 2ab + b 2 = (a + b) 2 , a2 − 2ab + b 2 = (a − b) 2 ,
в уравнении x 2+2x+1+2y 2−4y = 0 выделим полный квадрат относительно переменных x, y, получим
(x + 1)2 + 2(y 2 − 2y + 1) = 2.
Обе части этого равенства поделим на 2
(x + 1)2 2 + (y − 1)2 = 1. 20
Если ввести новые переменные x ′ , y′ такие, что
x ′ = x + 1
y ′ = y − 1 ,
то получим каноническое уравнение эллипса
(x ′) 2 (√ 2)2 + (y ′) 2 1 2 = 1, a = √ 2, b = 1
в системе координат O′x ′ y ′, полученной из старой Oxy параллельным переносом в точку O′ (−1, 1).



Информация о разработчиках

Белов Виктор Михайлович, кандидат физ.-мат. наук, кафедра биотехнологии и биоинформатики ВИША, доцент