

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан физического факультета
С.Н. Филимонов

Оценочные материалы по дисциплине

Фрактальные структуры

по направлению подготовки
03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки:
«Фундаментальная и прикладная физика»

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
С.Н. Филимонов

Председатель УМК
О.М. Сюсина

Томск – 2025

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

- ОПК-2 – способность проводить научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные;
- ПК-1 Способен проводить научные исследования в выбранной области с использованием современных экспериментальных и теоретических методов, а также информационных технологий.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-2.2 Анализирует и интерпретирует экспериментальные и теоретические данные, полученные в ходе научного исследования, обобщает полученные результаты, формулирует научно обоснованные выводы по результатам исследования;

ИПК-1.1 Собирает и анализирует научно-техническую информацию по теме исследования, обобщает научные данные в соответствии с задачами исследования.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля.

I. По дисциплине «Фрактальные структуры» предусмотрены тесты по разделам: Введение, Темы 1-5 (ИПК 1.1, ИОПК 2.1). Тесты размещены в системе LMS Moodle ТГУ (Learning Management System Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment) по ссылке: <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=81>

Тесты по курсу составлены на основе банка вопросов в курсе Moodle.

Пример теста к вводу разделу курса.

Вопрос: В чем основное отличие фрактального множества от "обычного" множества? Допускается несколько ответов.

Ключи: 1) Геометрия фрактала отличается от геометрии "гладких" множеств, 2) Отличие в размерности множества (40%).

Критерии оценивания: Прохождение теста при правильном ответе (100%) оценивается в 5 баллов. Максимальная оценка 100%; выбор ответа 1) оценивается в 60%; выбор ответа 2) оценивается в 40%, выбор остальных ответов 0%. Набранные баллы вычисляются системой.

II. По Темам 1-5 в курсе предусмотрены Задания (ИПК 1.1, ИОПК 2.1).

Пример Задания по Теме 1.

Задание по теме Фрактальные объекты

Дать ответы (в виде файла или текста) на контрольные вопросы по теме.

Контрольные вопросы:

1. Объясните способ построения триадного канторова множества.
2. Найдите суммарную длину всех выброшенных отрезков при построении триадного канторова множества.
3. Чему равна длина триадного канторова множества?
4. Покажите, что в это множество входят не только концы выброшенных интервалов.
5. Какой способ построения фрактала называется интерполяцией?
6. Какой способ построения фрактала называется экстраполяцией?
7. Какое множество называется предфракталом n-го поколения?
8. Объясните алгоритм построения кривой Коха.

Студенты выполняют задание в форме эссе.

Критерии оценивания: Представленный файл эссе оценивается по форме элемента Задание системы Moodle: «простое непосредственное оценивание» по шкале в форме Pass/Fail (зачтено/не зачтено).

III. Контрольная работа по курсу проводится в виде решения 2х задач из банка задач (ИПК 1.1, ИОПК 2.2). Примеры задач из контрольных работ.

Задача 1. . Покажите, что d - мера Хаусдорфа M_d неотрицательна, мера пустого множества равна нулю.

Задача 2. Фрактальное множество получено путем многократного последовательного преобразования отрезка $[-0.5, 0.5]$ с помощью преобразований подобия вида

$$\phi_a^{(1)}(x) = \frac{2x - (a - 1)}{2a}, \quad \phi_a^{(2)}(x) = \frac{2x + (a - 1)}{2a},$$

при $a = 5$. Какова размерность подобия D фрактального множества.

Ключ: $D = \log 2 / \log a$

Критерии оценивания: результаты контрольной работы определяются оценками «зачтено» и «не зачтено». Оценка «зачтено» выставляется, если студент предъявляет правильные письменные решения двух задач, то есть для каждой задачи способен обосновать метод решения, понимает используемые термины и формулы и получил правильный ответ. При невыполнении указанных критериев оценки «зачтено» выставляется оценка «не зачтено».

IV. Для углубленного изучения курса по основным разделам курса студентам предлагаются темы для рефератов (ОПК-2, ПК-1).

Темы для рефератов и учебно-методическая литература для самостоятельной работы по разделам дисциплины «Фрактальные структуры»:

Тема 1. Фрактальные кластеры.

Задача реферата – объяснить базовые представления о фракталах в терминах специфических свойств их геометрии, описать количественные характеристики фрактальных объектов, проиллюстрировать примерами конкретных фракталов.

Литература:

1. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Пер. с англ. 2 изд. – М.: Техносфера., 2006. 488 с.
2. Мандельброт Б.Б. Фракталы и хаос. Множество Мандельброта и другие чудеса. – М.: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2009. 392 с.
3. Федер Е. Фракталы. Пер. с англ. -- М.: Мир, 1994. 254 с.)
- 4 Смирнов Б.М. Физика фрактальных кластеров. -- М.: Наука, 1991. 260 с.
 - 5 Peiten H-O, Jurgens H., Saupe D. Chaos and Fractals. New Frontiers of Science. -- Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris: Springer-Verlag, 1992. 984 p.
 - 6 Fractals in Science / Ed. Bunde A. and Havlin S./ Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris: Springer-Verlag, 1995. 258 p.
 7. Фракталы в физике / Труды VI международного симпозиума по фракталам в физике. (Триест, Италия, 9-12 июля, 1985)/ Под ред. Л. Пьетронеро и Э Тозатти. Пер. с англ. М: Мир, 1988. 670 с.
 8. Mandelbrot B.B. The fractal geometry of nature. – _New York: W.H. Freeman and Co, 1982.

Тема 2. Фракталы в динамических системах.

Привести примеры фрактальных множеств, порождаемых динамическими системами.

Литература:

- 1 Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Пер. с англ. 2 изд. – М.: Техносфера., 2006. 488 с.
2. Пайтген Х.-О., Рихтер П.Х. Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем. М: Мир, 1993. 176 с.
3. Peiten H-O, Jurgens H., Saupe D. Chaos and Fractals. New Frontiers of Science. -- Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris: Springer-Verlag, 1992. 984 p.

4. Falconer K. *Fractal Geometry. Mathematical Foundations and Applications.* -- Chichester, New York, Bristole, Toronto, Singapore: John Wiley and Sons. 1990. 288 p.

Тема 3. Мера Хаусдорфа и размерность Хаусдорфа-Безиковича.

Ввести и дать описание меры и размерности Хаусдорфа-Безиковича. Провести сравнительный анализ преимуществ и недостатков этих понятий. Рассмотреть пример упрощений меры Хаусдорфа, провести сравнение фрактальных размерностей для различных мер.

Литература:

1. Федер Е. *Фракталы.* Пер. с англ. -- М.: Мир, 1994. 254 с.)
2. Falconer K. *Fractal Geometry. Mathematical Foundations and Applications.* -- Chichester, New York, Bristole, Toronto, Singapore: John Wiley and Sons. 1990. 288 p.
3. *Fractals in Science* / Ed. Bunde A. and Havlin S./ Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris: Springer-Verlag, 1995. 258 p.
4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Элементы теории функций и функционального анализа.* - М.: Наука, 1976. 542 с.
5. Мандельброт Б.Б. Фракталы и хаос. Множество Мандельброта и другие чудеса. – М.: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2009. 392 с.
6. Mandelbrot B.B. *The fractal geometry of nature.* – _New York: W.H. Freeman and Co, 1982.
7. Hutchinson J.E. Fractals and selfsimilarity//Indiana Univ. Math. Journ. 1981. V.30, No.5. P.713-747.

Тема 4. Мультифракталы.

Дать описание мультифракталов на основе сингулярного распределения меры на множестве–носителе. Дать описание количественных характеристик мультифракталов.

Литература: 1. Федер Е. *Фракталы.* Пер. с англ. -- М.: Мир, 1994. 254 с.)

2. Falconer K. *Fractal Geometry. Mathematical Foundations and Applications.* -- Chichester, New York, Bristole, Toronto, Singapore: John Wiley and Sons. 1990. 288 p.
3. *Fractals in Science* / Ed. Bunde A. and Havlin S./ Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris: Springer-Verlag, 1995. 258 p.
4. Hutchinson J.E. Fractals and selfsimilarity//Indiana Univ. Math. Journ. 1981. V.30, No.5. P.713-747.
5. van Opheusden J.H.J. The origin of an increasing and decreasing multifractal spectrum//Physica A. 1998. 252. P.10-22.
6. Chhabra A., Jensen R.V. Direct determination of the $f(\alpha)$ singularity spectrum//Phys. Rev. Letters. 1989. 62. P.1327-1330.
7. Carbone V., Cipparrone G., Versace C., Umeton C., and Bartolino R. Multifractal structure and intermittency of laser-generated turbulence in nematic liquid crystals//Phys. Rev. E .1996. **54**. P. 6948–6951.
8. *Фракталы в физике* / Труды VI международного симпозиума по фракталам в физике. (Триест, Италия, 9-12 июля, 1985)/ Под ред. Л. Пьетронеро и Э Тозатти. Пер. с англ.-- М: Мир, 1988. 670 с.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Зачет в 6 семестре проводится в устной форме по экзаменационным билетам.

Билет содержит два теоретических вопроса, проверяющие компетенции ПК 1, ОПК 2. в соответствии с индикаторами достижения компетенций ИПК 1.1, ИОПК 2.2. После ответа на билет студент отвечает на уточняющие и дополнительные вопросы из открытого перечня вопросов экзаменационных билетов, открытого банка задач, тестов (п. 2), направленные на проверку достижения ИПК 1.1 и ИОПК 2.2.

Примерный перечень теоретических вопросов.

Вопрос 1. Объясните понятие фрактальной кривой. Приведите пример кривой Вейерштрасса.

Вопрос 2. Опишите алгоритм биномиального мультипликативного процесса построения мультифрактала. Постройте распределение меры, порождаемое биномиальным мультипликативным процессом на множестве $J = [0,1] \subset R^1$.

Примеры задач.

Задача 1. Покажите, что d - мера Хаусдорфа M_d монотонно не убывает на системе борелевских множеств.

Задача 2. Объясните понятия: условие Гёльдера и условие Липшица. Удовлетворяет ли изометрия этим условиям? Дайте определение би-липшицева отображения и приведите пример.

Отметка «Зачтено» ставится студенту при правильном ответе не менее чем на 60% вопросов билета и дополнительных вопросов.

Открытый перечень вопросов, выносимых на зачет.

Вопросы по темам 1,2.

1. Способ построения триадного канторова множества, кривой Коха и салфетки Серпинского.
2. Покажите, что в триадное канторово множество входят не только концы выброшенных интервалов. Найдите длину выброшенных интервалов (на самостоятельное изучение).
3. Объясните понятия: алгебраическая размерность линейного пространства, размерность дифференцируемого многообразия, топологическая размерность.
4. Дайте следующие определения и приведите примеры: диаметр множества в пространстве R^n , понятие « d - мера Хаусдорфа» множества A , борелевские множества в пространстве R^n .
5. Покажите, что d - мера Хаусдорфа M_d неотрицательна, мера пустого множества равна нулю.
6. Покажите, что d - мера Хаусдорфа M_d монотонно не убывает на системе борелевских множеств. Покажите, что d - мера Хаусдорфа M_d аддитивна.
7. Покажите, что мера Хаусдорфа обладает свойством инвариантности относительно масштабных преобразований (на самостоятельное изучение).
8. Объясните понятия: условие Гёльдера и условие Липшица. Удовлетворяет ли изометрия этим условиям? Дайте определение би-липшицева отображения и приведите пример.
9. Является ли мера Хаусдорфа M_d непрерывной функцией параметра d ? Каков характер этой зависимости?
10. Объясните понятие: размерность Хаусдорфа-Безиковича некоторого множества A .
11. Может ли мера Хаусдорфа M_d данного множества A принимать конечное значение?
12. Вычислите размерность Хаусдорфа-Безиковича триадного канторова множества.
13. Вычислите размерность Хаусдорфа-Безиковича кривой Коха.
14. В чем состоят трудности вычисления размерности Хаусдорфа-Безиковича? В чем заключается основной принцип определения упрощенных видов размерностей? Приведите примеры упрощенных видов фрактальных размерностей.
15. Чем обусловлена необходимость введения двух размерностей: верхней \bar{S} и нижней \underline{S} ? Что означает их равенство и различие?
16. Сформулируйте общие требования, которым должна удовлетворять размерность множества при любом способе измерения этого множества.

17. Объясните понятие клеточной размерности. Найдите величину этой размерности для ковра Серпинского.
18. Определите фрактальное множество: «губка Серпинского» и найдите значение фрактальной размерности для этого множества (на самостоятельное изучение).
19. Каковы недостатки в определении клеточной размерности? Объясните понятие модифицированной клеточной размерности.
20. Дайте определение упаковочной размерности. Какими свойствами обладает эта размерность? (на самостоятельное изучение).
21. С каким значением модифицированной размерности (верхним или нижним) совпадает упаковочная размерность? Дайте объяснение.
22. Объясните понятие кластерной размерности. Что такое диффузно-ограниченная агрегация? Какими моделями описывается данное явление?
23. Объясните понятие фрактальной кривой. Приведите пример кривой Вейерштрасса.
24. Объясните алгоритм практического вычисления клеточной размерности фрактального множества.
25. Объясните алгоритм практического вычисления кластерной размерности фрактального множества.
26. Объясните алгоритм практического вычисления корреляционной клеточной размерности фрактального множества (на самостоятельное изучение).

Вопросы по темам 3,4.

1. Самоподобные множества и их свойства. Коэффициент подобия.
2. Определение преобразования подобия, размерности подобия самоподобного множества. Вывод формулы для определения размерности подобия.
3. Вычисление размерности подобия для салфетки Серпинского и губки Серпинского (на самостоятельное изучение).
4. Полное метрическое пространство. Сжимающие отображения. неподвижная точка сжимающего отображения.
5. Как определяется метрика Хаусдорфа и каковы ее свойства?
6. Дайте определение понятия ε -окрестности множества. Приведите пример.
7. Как применяется принцип сжимающих отображений для построения инвариантных множеств?
8. Сформулируйте понятие самоподобного множества в терминах сжимающих отображений относительно метрики Хаусдорфа.
9. Сформулируйте теорему о сжимающих отображениях относительно метрики Хаусдорфа. Докажите эту теорему.
10. Объясните понятие «размерность подобия отображения». Покажите, что если $0 \leq \rho_i \leq 1$ то существует единственное действительное число $D > 0$ такое, что

$$\sum_{i=1}^q \rho_i^D = 1.$$
11. Объясните понятие условия открытого множества. Чем обусловлено введение этого понятия? Проиллюстрируйте это понятие на примере канторова множества.
12. Объясните способ построения модифицированного канторова множества и определите его размерность.
13. Постройте самоподобные отрезки с помощью теоремы Леви. Какое множество называется множеством Леви? (на самостоятельное изучение).
14. Информационные характеристики фракталов. Объясните понятие информационной энтропии.
15. Сформулируйте принцип максимума энтропии. Каков характер зависимости количество комбинаций кодов для N-разрядного двоичного числа в зависимости от количества единиц в нем.

16. Числа заполнения. Определение информации о распределении элементов объекта посредством чисел заполнения. Среднее количество информации, необходимой для построения последовательности предфрактала данного поколения.
17. Условия максимума энтропии при ограничении постоянства информации. Объясните смысл множителя Лагранжа.
18. Понятие статистического ансамбля в статистической механике. Что такое статистическая сумма? В чем состоит аналогия итерационного процесса построения самоподобного фрактала и канонического ансамбля в статистической механике?
19. Запишите статистическую сумму ансамбля, соответствующего самоподобному фракталу. Какая величина соответствует температуре? Как связана фрактальная размерность самоподобного фрактала с информационными характеристиками итерационного процесса построения фрактала?

Вопросы по темам 5,6.

1. Какие объекты называют мультифракталами? Чем они отличаются от фракталов? Какую роль в определении мультифрактала играет распределение меры? Всякое ли распределение меры задает мультифрактал?
2. Объясните понятие меры, заданной распределением вероятности на множестве. Что называют носителем меры? Опишите фрактальные свойства носителя меры (на самостоятельное изучение).
3. Объясните понятие меры $M_d(q, l)$, можно ли вычислить значение этой величины для обычного множества? Как она зависит от параметров? Как эта величина связана с количественными характеристиками мультифракталов?
4. Какое значение параметра d меры Хаусдорфа M_d называют критическим? В чем отличие d -меры Хаусдорфа $M_d(l, q)$ и функции разбиения?
5. Запишите выражение для функции обобщенных моментов. Каким свойством обладает эта функция для мультифракталов?
6. Определите показатель массы. Найдите связь между мультифрактальным спектром и показателем массы мультифрактала.
7. Объясните понятие спектра фрактальных размерностей $f(\alpha)$. Какими общими свойствами обладает спектр фрактальных размерностей $f(\alpha)$? Укажите характерные точки функции $f(\alpha)$.
8. Найдите значения $\alpha(q)$ при $q \rightarrow \infty$, $\alpha(q)$, $q = 1$. Объясните понятие информационной энтропии разбиения меры.
9. Что такое спектр размерностей Реньи? Вычислите значение размерности Реньи D_q при $q \rightarrow 1$.
10. Какую величину называют массовым моментом? Укажите формальную связь массовых моментов со статистической суммой равновесного распределения в статистической механике (на самостоятельное изучение).
11. Опишите алгоритм биномиального мультипликативного процесса построения мультифрактала. Постройте распределение меры, порождаемое биномиальным мультипликативным процессом на множестве $J = [0, 1] \subset R^1$.
12. Какие величины называются скейлинговыми факторами, или коэффициентами сжатия биномиального мультипликативного процесса? Постройте явный вид распределения меры по ячейкам на втором этапе биномиального мультипликативного процесса.
13. Запишите выражение для мера μ_i i -ой ячейки в n -поколении биномиального мультипликативного процесса (на самостоятельное изучение).

14. Объясните понятие «чертовой лестницы» биномиального мультипликативного процесса Безиковича, Каков характер этой зависимости? Подсчитайте число ячеек с одинаковой мерой μ . Найдите выражение для этой меры. Покажите, что число ячеек с одинаковой мерой равно биномиальному коэффициенту C_n^k (на самостоятельное изучение).
15. Найдите параметрическое выражение для спектра мультифрактальных размерностей биномиального мультипликативного процесса.
16. Найдите значение информационной размерности для биномиального мультипликативного процесса.
17. Покажите, что почти вся мера Хаусдорфа для мультифрактала, получаемого в результате биномиального мультипликативного процесса, сосредоточена на множестве $J(\alpha_1)$, где $\alpha_1 = f(\alpha_1)$. —информационная энтропия.
18. Покажите, что спектр Реньи обобщенных размерностей фрактальных объектов для канторова множества с равномерно распределенной на нем мерой постоянен при изменении q .
19. Полностью ли определяются геометрическая структура самоподобного объекта его фрактальной размерностью? Дайте определение понятия параметра разветвления. Какие объекты называются однородными и квазиоднородными?
20. Объясните понятие связности объекта. В чем заключается смысл понятия лакунарности фрактального объекта? Как определяется параметр лакунарности и высшие лакунарности?
21. Для чего используется метод «скользящей» ячейки? Опишите этот метод. Найдите выражение, связывающее параметр лакунарности с первыми обобщенными моментами распределения мультифрактальной меры (на самостоятельное изучение).
22. Какова зависимость параметра лакунарности от размера ячейки в двойном логарифмическом масштабе для мультифрактальных объектов?
23. L-системы (на самостоятельное изучение).

Критерии оценивания.

В курсе «Фрактальные структуры» используется балльно-рейтинговая система оценки знаний. Максимальная сумма баллов по дисциплине составляет 100 баллов и формируется следующим образом: 60 баллов по результатам текущей аттестации и 40 баллов по результатам промежуточной аттестации (зачет). Итоговая оценка по дисциплине складывается из суммы баллов, полученной по итогам текущего контроля и промежуточной аттестации (устного зачета).

Текущая аттестация включает:

- активность студента на практических занятиях (0-15 баллов); весь семестр разбит на 3 этапа по четыре недели, баллы выставляются в конце каждого этап (0-5 баллов).
- результаты выполнения контрольных работ (0-15 баллов),
- реферат (0-20 баллов), при невыполнении срока сдачи реферата за каждую просроченную неделю снимается 5 баллов.
- Промежуточная аттестация подразумевает проведение теоретического зачета в устной форме, который предусматривает дифференцированное оценивание ответа (0-40 баллов). К зачету допускаются только студенты, успешно прошедшие текущую аттестацию и выполнившие все практические задания. Каждый билет состоит из двух теоретических вопросов.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Тест (ИОПК-2.2.).

1. Может ли мера Хаусдорфа M_d данного множества A принимать конечное значение?
 - а) Может при отрицательном d .
 - б) Может при положительном d .
 - в) Может в случае, когда параметр d равен размерности Хаусдорфа-Безиковича.

Ключи: в).

Задачи (ИПК-1.1).

Задача 1. Объясните понятие клеточной размерности. Найдите величину этой размерности для ковра Серпинского.

Ответ. Для ковра Серпинского клеточная размерность совпадает с размерностью Хаусдорфа-Безиковича и равна $\log 8 / \log 3$.

Задача 2. Является ли мера Хаусдорфа M_d непрерывной функцией параметра d ? Каков характер этой зависимости?

Ответ. Мера Хаусдорфа M_d не является непрерывной функцией параметра d : при $d < d_{HB}$ мера M_d обращается в бесконечность, при $d > d_{HB}$ мера M_d равна нулю, M_d принимает конечное значение при $d = d_{HB}$, где d_{HB} - размерность Хаусдорфа-Безиковича.

Теоретические вопросы (ИПК 1.1, ИОПК 2.2):

1. Дайте следующие определения и приведите примеры: диаметр множества в пространстве R^n , понятие « d - мера Хаусдорфа» множества A , борелевские множества в пространстве R^n .
2. Покажите, что d - мера Хаусдорфа M_d неотрицательна, мера пустого множества равна нулю.
3. Покажите, что d - мера Хаусдорфа M_d монотонно не убывает на системе борелевских множеств. Покажите, что d - мера Хаусдорфа M_d аддитивна.
4. Определение преобразования подобия, размерности подобия самоподобного множества. Объясните, формулу для определения размерности подобия.
5. Вычисление размерности подобия для салфетки Серпинского и губки Менгера.
6. Объясните, как можно построить фрактальное множество на основе сжимающего отображения.
7. Как определяется метрика Хаусдорфа и каковы ее свойства?
8. Объясните, как вводятся информационные характеристики фракталов. Объясните понятие информационной энтропии.
9. Объясните, как определяются числа заполнения в процедуре построения фрактала. Как определяется среднее количество информации, необходимое для построения последовательности предфракталов до поколения заданного уровня.
10. Какие объекты называют мультифракталами? Чем они отличаются от фракталов?
11. Какую роль в определении мультифрактала играет распределение меры? Всякое ли распределение меры задает мультифрактал?
12. Объясните понятие L-системы. Покажите, как строится фрактал с помощью L-системы.
13. Объясните понятие меры, заданной распределением вероятности на множестве. Что называют носителем меры? Опишите фрактальные свойства носителя меры (на самостоятельное изучение).

14. Объясните понятие спектра фрактальных размерностей $f(\alpha)$. Какими общими свойствами обладает спектр фрактальных размерностей $f(\alpha)$? Укажите характерные точки функции $f(\alpha)$.
15. Найдите значения $\alpha(q)$ при $q \rightarrow \infty$, $\alpha(q)$, $q = 1$. Объясните понятие информационной энтропии разбиения меры.
16. Опишите алгоритм биномиального мультипликативного процесса построения мультифрактала. Постройте распределение меры, порождаемое биномиальным мультипликативным процессом на множестве $J = [0,1] \subset R^1$.
17. Какие величины называются скейлинговыми факторами, или коэффициентами сжатия биномиального мультипликативного процесса?
18. Постройте явный вид распределения меры по ячейкам на втором этапе биномиального мультипликативного процесса.
19. Полностью ли определяются геометрическая структура самоподобного объекта его фрактальной размерностью? Дайте определение понятия параметра разветвления.
20. Какие объекты называются однородными и квазиоднородными?

Информация о разработчиках

Шаповалов Александр Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической физики ФФ НИ ТГУ.