

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:  
Декан ММФ ТГУ  
Л.В.Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

**Статистическая идентификация стохастических динамических систем**

по направлению подготовки

**01.04.01 Математика**

Направленность (профиль) подготовки  
**Фундаментальная математика**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2023**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
П.А. Крылов

Председатель УМК  
Е.А.Тарасов

Томск – 2023

## **1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ПК-1 Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач.

## **2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания**

Элементы текущего контроля:

– индивидуальные домашние задания;

*Индивидуальное домашнее задание (ИОПК-1.1, ИПК-1.1)*

Пример задания:

Найти данные (скачать из официальных источников или провести симмуляции). Определить зависимую переменную и факторы. Выявить среди факторов те, которые влияют на зависимую переменную. Определить зависимость, используя модель множественной линейной/нелинейной регрессии:

- 1) произвести идентификацию модели (определить тип зависимости и оценить неизвестные параметры модели);
- 2) вычислить стандартные ошибки (дисперсии) параметров регрессии;
- 3) проверить значимость каждого параметра и произвести интервальное оценивание параметров регрессионной модели;
- 4) рассчитать общую, факторную и остаточную дисперсии;
- 5) вычислить коэффициент детерминации;
- 6) вычислить стандартную ошибку регрессии;
- 7) проверить общее качество модели при уровне значимости, равном 0,05;
- 8) проверить выполнение предположений регрессионного анализа;
- 9) по результатам анализа качества модели (в случае некачества) произвести ее усовершенствование;
- 10) в случае парной/двухфакторной регрессионной модели, изобразить ее графически (построить линию/поверхность). Дать интерпретацию.

Критерии оценивания:

Результаты выполнения ИДЗ определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если все пункты задачи решены без ошибок, сделаны верные статистические выводы.

Оценка «хорошо» выставляется, если модель подобрана, проведена ее идентификация, но статистические выводы содержат ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если п. 1)-б) решены без ошибок.

Иначе выставляется оценка «неудовлетворительно».

### **3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания**

Экзамен в третьем семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из двух частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первая часть содержит один вопрос, проверяющий ИОПК-1.1, ИПК-1.1. Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме.

Вторая часть содержит 1 вопрос, проверяющий ИПК-1.1 и оформленный в виде практической задачи. Ответы на вопросы этой части предполагают решение научно-практических задач и краткую интерпретацию полученных результатов.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Методы идентификации модели множественной регрессии.
2. Ридж-регрессия. Робастные и бинарные параметрические модели.
3. Байесовский подход к статистической идентификации СДС.
4. Бутстрап-метод исследования качества статистической идентификации СДС.
5. Исследование эффективности методов статистического анализа моделей. Подходы Рао-Крамера, Гаека – Ле Кама, Ибрагимова-Хасьминского.
6. Методы последовательного анализа для статистической идентификации СДС.
7. Анализ качества диффузионных моделей СДС.
8. Эффективное непараметрическое оценивание в белом шуме по полным данным. Подход Пинскера.
9. Семимартингалы: определение, свойства, примеры.
10. Эффективное робастное оценивание в непараметрических моделях с цветным шумом по полным данным. Метод выбора моделей.
11. Эффективное адаптивное оценивание в непараметрических моделях по неполным данным. Подход Гальчука-Пергаменщикова.
12. Методы улучшенного оценивания в моделях СДС.

Пример задачи:

Пусть наблюдаемый процесс описывается стохастическим дифференциальным уравнением

$$dy_t = S(t)dt + \varepsilon dw_t, \quad 0 \leq t \leq 1,$$

где  $S$  – неизвестная функция из соболевского шара  $\mathbf{B}_{k,r}$ ,  $w$  – винеровский процесс,  $\varepsilon > 0$  – интенсивность шума. Оценить функцию  $S$  на основе метода Пинскера, проверить выполнение условий теоремы об эффективности оценки Пинскера, вычислить константу Пинскера и скорость сходимости оценки к истинной функции.

Итоговая оценка – среднее арифметическое из оценок за ИДЗ и экзамен. При ответе на теоретический вопрос оценивается полнота и точность ответа, логичность и аргументированность изложения материала, умения использовать в ответе фактический материал, знания основной и дополнительной литературы.

#### Критерии оценивания задачи

Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Работа не сдана или выполнены верно менее 25% заданий	Выполнены верно от 25% до 50% заданий	Выполнены верно от 21% до 80% заданий	Выполнены верно более 80% заданий

#### Критерии оценивания теоретических вопросов экзамена

Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Дан неправильный ответ, однозначно неправильная трактовка темы.	В целом дан правильный ответ на вопрос, но он изложен поверхностно и с нарушением логики изложения. Знание минимума литературы.	Дан правильный ответ на вопрос, но не все изложено развернуто и логически структурировано. Знание основной литературы.	Дан правильный и развернутый ответ на вопрос. Студент четко и логично изложил свой ответ на поставленный в билете вопрос. Знание основной и дополнительной литературы.

#### 4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Вопросы (ИОПК-1.1, ИПК-1.1)

1. Перечислите методы регуляризации плохо обусловленной задачи идентификации модели множественной регрессии.
2. Перечислите оптимальные методы статистической идентификации в параметрических моделях.
3. Оцените выигрыш в среднеквадратической точности при использовании улучшенных оценок вместо оценок МНК в параметрических моделях.
4. Перечислите подходы к эффективному оцениванию в непараметрических моделях СДС.

Ответы к вопросам: 1 – метод Тихонова (ридж-регрессия), ЛАССО, Данцинг-селектор; 2 – метод максимального правдоподобия, метод наименьших квадратов, байесовский метод; 3 – не менее квадрата коэффициента сноса улучшенной оценки; 4 – подходы Нюсбаума, Пинскера, Гальчука-Пергаменщикова.

#### Информация о разработчиках

Пчелинцев Евгений Анатольевич, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математического анализа и теории функций ММФ ТГУ