

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт биологии, экологии, почвоведения, сельского и лесного хозяйства  
(Биологический институт)

УТВЕРЖДЕНО:  
Директор  
Д. С. Воробьев

Рабочая программа дисциплины

**Математика**

по направлению подготовки

**05.03.06 Экология и природопользование**

Направленность (профиль) подготовки:  
**Экология**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2024**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
А.М. Адам

Председатель УМК  
А.Л. Борисенко

**Томск – 2025**

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины (модуля)**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК-1 – способен применять базовые знания фундаментальных разделов наук о Земле, естественно-научного и математического циклов при решении задач в области экологии и природопользования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1. Владеет знаниями фундаментальных разделов наук естественно-научного и математического циклов для решения задач в области экологии, охраны окружающей среды и природопользования.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– освоить понятийный аппарат высшей математики, овладеть элементарными методами дифференциального и интегрального исчисления. Научиться применять понятийный аппарат и методы дифференциального и интегрального исчисления для решения практических задач профессиональной деятельности.

## **3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Семестр 1, зачет; Семестр 2, экзамен.

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен владеть системой базовых знаний по математике, содержащихся в программе общего среднего образования по предмету математика.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины (модуля)**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 з.е., 108 часов, из которых:

– лекции: 48;

– практические занятия: 52;

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам**

1. Элементы линейной алгебры. Определители.
2. Метод Крамера и Гаусса решения линейных систем.
3. Элементы векторной алгебры. Векторы и действия с векторами.
4. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов.
5. Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве.
6. Кривые второго порядка. Уравнения плоскости.
7. Введение в математический анализ. Предел числовой последовательности. Предел функции одной переменной.
8. Сравнение бесконечно малых, бесконечно больших величин.

9. Дифференцирование функций одной переменной. Производные и дифференциалы первого порядка.
10. Производные, дифференциалы высших порядков.
11. Исследование функций с помощью производных.
12. Построение графиков функций.
13. Функции многих переменных. Предел, частные производные и дифференциал первого и второго порядка для функции многих переменных.
14. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функций в заданной области. Касательная плоскость, нормаль к поверхности.
15. Интегрирование функций одной переменной. Неопределенный, определенный интеграл.
16. Приложения: площадь плоской фигуры, длина дуги кривой.
17. Объем тел вращения, площадь поверхностей тел вращения.
18. Приложения определенного интеграла для фигур, заданных в полярной системе координат и параметрическом виде.
19. Дифференциальное уравнение. Задачи естествознания, приводящие к ДУ.
20. Обыкновенные ДУ первого порядка.
21. Обыкновенные ДУ высших порядков.
22. Ряды. Числовой ряд и его сумма. Функциональные ряды.
23. Интегрирование и дифференцирование рядов. Ряд Тейлора.
24. Применение рядов к интегрированию функций и к нахождению решений дифференциальных уравнений.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

**в первом семестре** проводится в устной и письменной форме. Билет содержит теоретический вопрос и одну задачу.

Примерный перечень теоретических вопросов

*Вопросы к зачёту.*

*Семестр I.*

1. Определители. Системы линейных уравнений. Метод Крамера и Гаусса.
2. Векторы и действия с векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.
3. Уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Уравнение плоскости. Кривые второго порядка.
4. Определение предела числовой последовательности, предела функции.
5. Определение бесконечно малой и бесконечно большой последовательности. Доказать теорему о связи между ними и теорему о свойствах бесконечно малых.
6. Первый замечательный предел функции: формулировка, доказательство, следствия из него. Непрерывность функции. Непрерывность основных элементарных функций. Второй замечательный предел последовательности и функции.
7. Определение производной и первого дифференциала функции в точке, теорема о связи между ними. Уравнение касательной к дифференцируемой функции в точке.
8. Производная суммы, произведения, частного, композиции. Сформулировать инвариантность формы первого дифференциала.
9. Записать таблицу производных основных элементарных функций. Получить несколько из записанных формул.

10. Сформулировать необходимые и достаточные условия локального экстремума функции. Дать определение выпуклой вверх, выпуклой вниз функции и точки перегиба. Связь второй производной и выпуклости функции.
11. Дать определение вертикальной асимптоты и асимптот на бесконечности к графику функции. Описать схему исследования числовой функции для построения ее графика.

Примеры задач:

1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \\ 3 & 7 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Решите систему методом Крамера

$$\begin{cases} 5x + y - z = 3 \\ 6x + 3y - z = -3 \\ x - y - 3z = -3 \end{cases}$$

3. Решите систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 6x + 2y + 2z + t = 0 \\ x - 15y + 3z + 2t = 0 \\ 3x - 17y + 5z + 2t = 0 \\ 8x + 4z + t = 0 \end{cases}$$

4. Вычислите площадь параллелограмма, образованного векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  и угол между диагоналями параллелограмма  $\vec{a} = (-2, 4, 1)$ ,  $\vec{b} = (5, -3, 0)$

5. Вычислите объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D и площадь грани BCD  
 $A(-1, 2, -3)$ ,  $B(4, -1, 0)$   
 $C(2, 1, -2)$ ,  $D(3, 4, 5)$

6. Напишите уравнение прямой на плоскости, проходящей через точки E и F.  
 Постройте прямую, покажите угол между прямой и осью OX, найдите тангенс этого угла.  $E(0, 2)$ ,  $F(2, 3)$

7. Напишите канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве  
 $3x + 4y - 2z + 1 = 0$ ,  
 $2x - 4y + 3z + 4 = 0$

8. Напишите уравнение гиперболы, проходящей через точки A, B. Постройте кривую, асимптоты кривой, укажите фокусы. Найдите угол между асимптотами.  
 $A(-6, 0)$ ,  $B(8, -\sqrt{7})$

9. Найдите расстояние от точки K до плоскости, проходящей через точки P, E, F  
 $P(-1, 2, -3)$ ,  $E(2, -1, 0)$   
 $F(2, 1, -2)$ ,  $K(2, -4, -5)$

10. Вычислите предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 13x + 12}$$

11. Вычислите предел функции

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + 2x^2 + 1}{3x^4 + 2x^2 + 1}$$

**Экзамен во втором семестре** проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из двух вопросов и задачи. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Определение первообразной, неопределённого интеграла. Таблица интегралов. Лемма о множестве первообразных (док-во). Свойства неопределённого интеграла. Замена переменной в неопределённом интеграле. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле(док-во). Способы выбора  $u, dv$ .
2. Определение определённого интеграла. Геометрический смысл определённого интеграла. Свойства определённого интеграла. Вычисление площади плоской фигуры. Кривые, заданные параметрически. Примеры: циклоида, астроида, эллипс. Полярные координаты, их связь с декартовыми. Примеры: окружность, кардиоида, спираль Архимеда, многолистники. Вычисление площади криволинейного сектора.
3. Определение длины кривой. Нахождение производной от длины кривой. Вычисление длины кривой для параметрически заданных кривых. Формулы для длины кривой в декартовых и полярных координатах.
4. Тело вращения. Поверхность вращения. Примеры: сфера, параболоид. Вычисление объема тела вращения.
5. Поверхность вращения. Площадь поверхности усеченного конуса. Определение площади поверхности. Производная площади поверхности. Вычисление площади поверхности вращения.
6. Функции 2-х переменных. Определение частных приращений и частных производных. Полный дифференциал.
7. Определение касательной плоскости. Нормальный вектор касательной плоскости. Вывод формулы для касательной плоскости в естественной параметризации( $x=x$ ,  $y=y$ ).
8. Определение точек локального максимума, локального минимума для функции 2-х переменных. Необходимое условие локального экстремума для дифференцируемой функции. Достаточное условие локального экстремума для функции 2-х переменных.
9. Определение дифференциального уравнения 1 порядка. Определения решения д.у., общего решения д.у., частного решения д.у. Задача Коши для ДУ 1-го порядка. Примеры дифференциальных уравнений в биологии. Методы решения д.у. с разделяющимися переменными и линейных д.у. 1-го порядка.

10. Д.У. высших порядков. Определение решения, общего решения, частного решения, задача Коши для Д.У. Линейный оператор. Понятие линейной зависимости (независимости) функций на множестве. Понятие ФСР для линейного ДУ. Теорема о существовании ФСР. Теорема об общем решении однородного ДУ. Теорема об общем решении неоднородного ДУ. (без док-ва). Метод вариации нахождения частного решения неоднородного ДУ 2-го порядка (вывод).
11. Комплексные числа. Линейные однородные ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера нахождения ФСР и общего решения однородного ДУ. Подбор частного решения для неоднородного ДУ (метод неопределённых коэффициентов).
12. Числовые ряды. Сумма ряда. Необходимый признак сходимости. Ряд геометрической прогрессии, гармонический ряд (их сходимость, расходимость). Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов (сравнения, Даламбера, Коши, интегральный).

### Примеры задач:

1. Вычислить определитель:

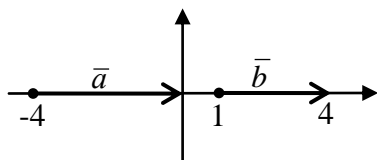
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Сколько решений имеет система:

$$\begin{cases} 3x + 9y + z = -2 \\ 6x + 3y - z = 23 \\ 2x + 6y + 2z = 0 \end{cases}$$

3. Найдите координаты вектора  $\overline{AB}$  и его длину. В ответ напишите квадрат длины. Координаты точек: A(1, 2, 3), B(2, 3, 0).

4. Найдите скалярное произведение векторов:



5. При каком значении  $m$  векторы ортогональны?  $\vec{a} = \vec{k} - \vec{j}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + m\vec{k}$

6. Вычислите площадь параллелограмма, образованного векторами

$\vec{a} = (3, 3, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, -2, 1)$ . В ответ напишите площадь в квадрате.

7. Найдите сумму координат середины отрезка AB. Координаты точек: A(3, 7, 9), B(7, 9, 11).

8. Укажите номер прямой, на которой лежит точка A(4, 5)

- 1)  $2x - 3y + 7 = 0$
- 2)  $x + 2y = 4$
- 3)  $2x + y = 1$

9. Найдите большую полуось эллипса  $3x^2 + 25y^2 = 75$

10. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x - 5}$

11. Вычислить производную от функции  $f(x) = 10 + 3x - 2x^3$  в точке  $x = 2$ .

12. Найдите длину промежутка убывания функции  $f(x) = 17 + x^3 - 3x$

13. Найдите абсциссу точки перегиба функции  $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 15x$

14. Вычислите интеграл:  $\int_0^1 (2 + 3x - 6x^5) dx$

15. Вычислите площадь области, ограниченной кривыми  $y = \cos x$ ,  $y = 0$ ,  $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$

16. Укажите номер функции, которая является общим членом ряда:

$$-1 + \frac{7}{2} + \frac{7}{4} + \frac{7}{8} + \frac{7}{16} + \dots$$

- 1) -1
- 2) 3.5
- 3)  $\frac{7}{2^{n-1}}$

17. Укажите номер функции, которая является общим решением дифференциального уравнения  $xy' - y = 10$

- 1)  $y = 5x - 10$
- 2)  $y = cx - 10$
- 3)  $y = x + 10$

18. Вычислите интеграл  $\int \left( \frac{5}{\cos^2 x} + \sqrt{x} \right) dx$

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

- Оценка "отлично" ставится за исчерпывающий, точный ответ, демонстрирующий хорошее знание теоретического материала, свободное владение математической терминологией, умение излагать материал последовательно, делать необходимые обобщения и выводы;
- Оценка "хорошо" ставится за ответ, обнаруживающий хорошее знание и понимание теоретического материала, умение излагать материал последовательно и грамотно. В ответе может быть недостаточно полно развернута аргументация, возможны отдельные недостатки в формулировке выводов.
- Оценка "удовлетворительно" ставится за ответ, в котором материал раскрыт в

основном правильно, но недостаточно полно, с отклонениями от последовательности изложения. Математически строгие доказательства подменяются правдоподобными рассуждениями, нет полноценных обобщений и выводов.

- Оценка "неудовлетворительно" ставится, если ответ обнаруживает незнание теоретического материала и неумение его анализировать, в ответе отсутствуют необходимые математические примеры; нарушена логика в изложении материала, нет необходимых обобщений и выводов.

## **11. Учебно-методическое обеспечение**

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «iDO» - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=26095>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

В) оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине находятся в соответствующих курсах

## **12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет**

### **а) основная литература:**

1) Баврин И. И. Высшая математика для химиков, биологов и медиков : учебник и практикум для прикладного бакалавриата : [по естественнонаучным направлениям и специальностям] / И. И. Баврин ; Моск. пед. гос. ун-т. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2016. - 328, [1] с.: табл., рис.- (Бакалавр. Прикладной курс).

2) Ильин В. А. Высшая математика : [учебник для вузов по направлениям 521600 "Экономика", 521500 "Менеджмент", 522200 "Статистика", 521000 "Психология", 521200 "Социология", 510600 "Биология", 510800 "География", 510500 "Химия", 511000 "Геология", 510700 "Почвоведение"] / В. А. Ильин, А. В. Куркина ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Проспект [и др.], 2014. - 591, [1] с.: ил.- (Классический университетский учебник).

### **б) дополнительная литература:**

1) Баврин И. И. Высшая математика : [учебник для студентов классических университетов и высших педагогических учебных заведений по естественнонаучным направлениям и специальностям] / И. И. Баврин. - 8-е изд., стер. - Москва: Академия, 2010. - 611 с.: ил.- (Высшее профессиональное образование).

2) Бутузов В. Ф. Линейная алгебра в вопросах и задачах : [учебное пособие для вузов] / В. Ф. Бутузов, Н. Ч. Крутицкая, А. А. Шишкин ; под ред. В. Ф. Бутузова. - Изд. 3-е, испр. - СПб. [и др.] : Лань, 2008. - 247 с.: ил.- (Учебники для вузов).

3) Биматова О. М. Математика : учебно-методический комплекс : [для студентов вузов по направлениям 06.03.01 "Биология", 06.03.02 "Почвоведение", 35.03.01 "Лесное дело", 35.03.10 "Ландшафтная архитектура", 05.03.06 "Экология и природопользование", 35.03.04 "Агрономия"]. Ч. 1 / О. М. Биматова, Е. Г. Лазарева; Том. гос. ун-т. - Томск : Томский государственный университет, 2015. - . URL: <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000525273>

4) Галанова Н. Ю. Математика для биологов. 2 семестр : учебно-методический комплекс : [для студентов вузов по направлениям 110400 "Агрономия", 020400 "Биология", 250700 "Ландшафтная архитектура", 250100 "Лесное дело", 021900 "Почвоведение", 022000 "Экология и природопользование"] / Н. Ю. Галанова ; Том. гос. ун-т. - Томск : Томский государственный университет, 2016. - . URL: <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000538432>



### **13. Перечень информационных технологий**

Федеральный портал. Российское образование. <http://www.edu.ru/>  
Естественный научно-образовательный портал. <http://www.en.edu.ru/>

#### **Информационные справочные системы**

Личный кабинет преподавателя или студента ТГУ <http://persona.tsu.ru/>

Электронные библиотечные системы: Руконт, издательство «Лань», Консультант студента.

Электронная библиотека (репозиторий) НБ ТГУ [Электронный ресурс] / НИ ТГУ, Научная библиотека ТГУ. – Электрон.дан. – Томск, 2011- . – URL:  
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000418969>  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=161](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=161)

SpringerLink [Electronic resource] / Springer International Publishing AG, Part of Springer Science+Business Media. – Electronic data. – Cham, Switzerland, [s. n.]. – URL: <http://link.springer.com/>.

### **14. Материально-техническое обеспечение**

Обучение бакалавров по дисциплине «Математика» осуществляется на базе аудиторий 2-го учебного корпуса ТГУ, оснащенных мультимедиа-проекторами и компьютерами с возможностью выхода в Интернет.

### **15. Информация о разработчиках**

Трофименко Надежда Николаевна, к.-т физ.-мат. наук, доцент, кафедра общей математики ММФ, доцент кафедры общей математики.