


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан

 Л. В. Гензе

« 30 » \_\_\_\_\_ 2022 г.

Рабочая программа дисциплины

**Методы геометрической теории функций**

по направлению подготовки

**01.03.01 Математика, 02.03.01 Математика и компьютерные науки**

Направленность (профиль) подготовки :

**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики  
Основы научно-исследовательской деятельности в области математики и  
компьютерных наук**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

**2022**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.3.ДВ.01.04

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

 Л. В. Гензе

Председатель УМК

 Е. А. Тарасов

Томск – 2022

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-4 Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен проводить научно-исследовательские разработки по отдельным разделам выбранной темы.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 4.1 Проводит поиск и обработку научной и научно-технической информации, необходимой для решения исследовательских задач

ИОПК 4.2 Оценивает полученные результаты и формулирует выводы по итогам проведенных исследований

ИПК 1.1 Проводит работы по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований

ИПК 1.2 Подготавливает планы и программы проведения отдельных этапов научно-исследовательской работы

ИПК 1.3 Проводит отдельные этапы научно-исследовательской работы

## **2. Задачи освоения дисциплины**

Знакомство с вариационным и параметрическим методами комплексного анализа

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Седьмой семестр, зачет с оценкой

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Геометрия», «Алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Комплексный анализ».

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. О сходимости последовательности областей.

Семейство областей, ядро. Теорема Каратеодори. Стандартное семейство областей Левнера. Обобщение теоремы каратеодори.

Тема 2. Параметрический метод.

Уравнение Левнера. Свойства решений уравнения Левнера. Уравнение Левнера-Куфарева. Обобщения уравнения Левнера-Куфарева.

Тема 3. Функционал.

Неособые граничные точки функционала. Непрерывный функционал. Дифференцируемый функционал. Функциональная производная. Необходимое условие для неособой граничной точки.

Тема 4. Вариационный метод.

Теорема Голузина. Дифференцируемость семейства голоморфных отображений по параметру. Доказательство Поммеренко теоремы Голузина. Вариационная формула типа Шиффера-Голузина. Вариационная формула Голузина.

Тема 5. Экстремальные задачи.

Решение различных экстремальных задач вариационным и параметрическим методами.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, опроса по лекционному материалу, выполнения домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Зачет с оценкой в седьмом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит один теоретический вопрос из списка предложенных и защиты исследовательской задачи об исследовании функционала, выданной заранее и подготовленной студентом. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Уравнение Левнера.
2. Уравнение Левнера для полуплоскости.
3. Свойства решений уравнения Левнера.
4. Уравнение Левнера-Куфарева.
5. Обобщения уравнения Левнера-Куфарева.
6. Обобщение теоремы Каратеодори.
7. Стандартное семейство областей Левнера.
8. Теорема Каратеодори.
9. Семейство областей, ядро.
10. Сходимости последовательностей и рядов голоморфных отображений.
11. Вариационная формула типа Шиффера-Голузина
12. Сходимость последовательности областей к некоторой области как к ядру.
13. Класс  $S$  голоморфных однолистных нормированных отображений
14. Дифференцируемый функционал.
15. Вариационная формула Голузина.
16. Функционал.
17. Экстремальные задачи.
18. Неособые граничные точки функционала.
19. Необходимое условие для неособой граничной точки.
20. Дифференцируемость семейства голоморфных отображений по параметру.
21. Малые вариационные формулы

При ответе на вопросы оценивается полнота и точность ответа, логичность и аргументированность изложения материала, умения использовать в ответе фактический материал. Для выставления текущей успеваемости при контроле СРС рекомендуется использовать следующую таблицу.

Оценка результатов контроля СРС	Критерии соответствия
(отлично)	Дан правильный и развернутый ответ на вопрос. Студент четко и логично изложил свой ответ на поставленный в тесте вопрос.
(хорошо)	Дан правильный ответ на вопрос, но не все изложено развернуто и логически структурировано.
(удовлетворительно)	В целом дан правильный ответ на вопрос, но он изложен поверхностно и с нарушением логики изложения.
(неудовлетворительно)	Ответ представлен очень поверхностно и с нарушением логики изложения. Студент очень плохо владеет основными моделями и концепциями. Допущены существенные терминологические и фактические ошибки.
	Дан неправильный ответ, однозначно неправильное понимание вопроса на зачете.

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=5897>

б) Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине

– подготовить доклад на тему «Определение вариации скорости и подъемной силы профиля в зависимости от вариации формы этого профиля»;

– подготовить доклад на тему «Область значений функционала  $\ln \frac{f(z_0)}{z_0}$  на классе S.»;

– подготовить доклад на тему «Область значений функционала  $\ln f'(z_0)$  на классе S.»;

– подготовить доклад на тему «Область значений функционала  $\ln \frac{f'(z_0)}{z_0}$  на классе S.»;

– подготовить доклад на тему «Область значений функционала  $\ln \frac{z_0 f'(z_0)}{f(z_0)}$  на классе S.»;

– вывести малую вариационную формулу отображения единичного круга на круг с разрезом переменной длины по отрезку перпендикулярному к границе единичной окружности;

– вывести малую вариационную формулу отображения единичного круга на круг с исключенной луночкой переменной площади;

– вывести малую вариационную формулу отображения единичного круга на круг радиуса  $1 - \epsilon$ ;

– вывести малую вариационную формулу отображения  $f = f(z, \epsilon)$  единичного круга  $E$  на круг, удовлетворяющее условиям  $f(0, \epsilon) = a(\epsilon)OE$ ,  $f'(0, \epsilon) = g(\epsilon)$ .

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. В.Я. Гутлянский, В.И. Рязанов, Геометрическая и топологическая теория функций и отображений, Киев, 2011 г.
2. И.А. Александров, Методы геометрической теории аналитических функций, ТГУ, Томск: 2010г.

Ф.Г. Авхадиев, Введение в геометрическую теорию функций, Казань, 2012 г.

б) дополнительная литература:

1. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. Лань, 2002. – 749с.
2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. 15-е изд. Лань М., 2012 г.
3. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т.1, 2, 3-е изд. М. Лань 1, 2012.
4. И.А. Александров, Методы геометрической теории аналитических функций, Томск, 2001 г.

в) ресурсы сети Интернет:

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm> Учебно-образовательная физико-математическая библиотека. Электронная библиотека содержит DjVu- и PDF-файлы учебников, учебных пособий, сборников задач и упражнений, конспектов лекций, монографий, справочников и диссертаций по математике, механике и физике.
2. <http://univertv.ru/video/matematika/> Открытый образовательный видеопортал UniverTV.ru. Лекции в ведущих российских и зарубежных вузах.
3. <http://elibrary.ru> Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU. Крупнейший российский информационный портал в области науки, технологии, медицины и образования, содержащий рефераты и полные тексты более 12 млн научных статей и публикаций.

### 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение: специальное программное обеспечение не требуется.

б) информационные справочные системы:

- |   |     |   |
|---|-----|---|
| – Электронный каталог Научной библиотеки  | ТГУ | – |
| <a href="http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&amp;theme=system">http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&amp;theme=system</a> |     |   |
| – Электронная библиотека (репозиторий)  | ТГУ | – |
| <a href="http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index">http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index</a>                           |     |   |
| – ЭБС Лань – <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>  |     |   |
| – ЭБС Консультант студента – <a href="http://www.studentlibrary.ru/">http://www.studentlibrary.ru/</a>  |     |   |

### 14. Материально-техническое обеспечение

Для проведения лекционных занятий используются классические аудитории с доской и, возможно, проектором и компьютером.

### 15. Информация о разработчиках

Доцент ММФ ТГУ, к.ф.-м.н. Колесников Иван Александрович.

Доцент ММФ ТГУ, к.ф.-м.н. Садритдинова Гулнора Долимджановна.

Доцент ММФ ТГУ, к.ф.-м.н. Копанев Сергей Анатольевич