Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

УТВЕРЖДАЮ:
Декан физического факультета
______________ С.Н. Филимонов
«15» апреля 2021 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория динамических систем

по направлению подготовки

03.04.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки:
«Фундаментальная и прикладная физика»

Форма обучения
Очная

Квалификация
Магистр

Год приема
2021

Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.ДВ.01.01.06

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
______________ О.Н. Чайковская

Председатель УМК
______________ О.М. Сюсина

Томск – 2021

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ПК-1 Способен самостоятельно ставить конкретные задачи научных исследований в области физики и решать их с помощью современной ппаратуры и информационных технологий с использованием новейшего российского и зарубежного опыта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

− ИПК-1.1 − Знает основные стратегии исследований в выбранной области физики, критерии эффективности, ограничения применимости;

− ИПК-1.2 − Умеет выделять и систематизировать основные цели исследований в выбранной области физики, извлекать информацию из различных источников, включая периодическую печать и электронные коммуникации, представлять её в понятном виде и эффективно использовать;

− ИПК-1.3 − Владеет навыками аналитической переработки информации, проведения исследований с помощью современной аппаратуры и информационных технологий, обобщения и представления результатов, полученных в процессе решения задач исследования.

2. Задачи освоения дисциплины

– Освоить аппарат теории динамических систем и методы качественного исследования систем дифференциальных уравнений.

– Научиться применять понятийный аппарат теории динамических систем и методы качественного исследования решений систем дифференциальных уравнений для решения практических задач профессиональной деятельности.

3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Семестр 2, экзамен.

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования. Для изучения и понимания материала данной дисциплины обучающийся должен владеть основными понятиями и методами дифференциального и интегрального исчисления, линейной алгебры, векторного и тензорного анализа, дифференциальной геометрии, теории групп и математической физики. Особенно важно для понимания данного курса знать основные понятия и методы дифференциальной геометрии и топологии, роль решений уравнений математической физики в анализе физических явлений.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 часов, из которых:

– лекции: 16 ч.;

– практические занятия: 16 ч.;

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Тема1 .Введение в предмет.

Основные понятия и теоремы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Фазовое многообразие и векторные поля. Примеры динамических систем на плоскости.

Тема 2. Задача качественного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.

Простые и сложные состояния равновесия. Классификация простых состояний равновесия на плоскости. Угол, под которым траектория входит в состояние равновесия.

Тема 3.Индекс кривой и особой точки векторного поля на плоскости.

Индекс кривой и особой точки векторного поля на плоскости. Примеры применение индекса (основная теорема алгебры, теорема о неподвижной точке).

Тема 4. Теорема о сумме индексов.

Теорема о сумме индексов. Теорема Хопфа. Степень отображения и многомерное обобщение понятия индекса. Приложения к линейным системам уравнений.

Тема 5. Устойчивость замкнутых траекторий.

Понятие устойчивости замкнутой траектории. Теория Флоке. Отображение Пуанкаре за период и динамические системы с дискретным временем.

Тема 6. Предельное множество полутраектории.

Понятие предельного множества полутраектории. Топологические свойства предельных множеств. Примеры предельных множеств.

Тема 7. Классификация предельных множеств для динамических систем на плоскости и сфере.

Теорема Жордана о замкнутой кривой. Классификация предельных множеств для динамических систем на плоскости и сфере.

Тема 8. Признаки существования и отсутствия состояний равновесия и предельных циклов.

Основные признаки существования и отсутствия состояний равновесия и предельных циклов. Приложения к уравнениям второго порядка.

Тема 9.Структурная устойчивость.

Понятие структурной устойчивости. Гладко эквивалентные динамические системы и модули. Топологическая и орбитальная эквивалентность.

Тема 10. Дифференциальные уравнения на торе.

Дифференциальные уравнения на торе. Эргодические свойства потоков на торе. Функция последования.

Тема 11. Диффеоморфизмы окружности.

Диффеоморфизмы окружности. Число вращения и его свойства. Структурно устойчивые автоморфизмы окружности.

Тема 12.Транзитивные и не транзитивные автоморфизмы окружности.

Классификация предельных множеств для автоморфизмов Транзитивные и не транзитивные автоморфизмы окружности. Теорема Донжуа. Структурно устойчивые потоки на торе. Синхронизация.

Тема 13. Гиперболические автоморфизмы тора.

Определение гиперболического автоморфизма тора. Структурная устойчивость гиперболических автоморфизмов тора.

Тема 14. У-системы Аносова.

У-потоки. Геодезические потоки на поверхностях отрицательной кривизны. Биллиардные Системы. У-системы и прогонка.

Тема 15.Нормальные формы Пуанкаре.

Формальное приведение к линейной нормальной форме. Резонансы. Теорема Пуанкаре. Гомологическое уравнение. Теорема Пуанкаре-Дюлака для резонансного случая. Примеры использования метода Пуанкаре для исследования состояния равновесия и предельных циклов.

Тема 16. Сходимость рядов Пуанкаре.

Области Пуанкаре и Зигеля. Вопросы сходимости. Вещественный и неаналитический случай.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, деловых игр по темам, выполнения домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса и одну задачу. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Предельные множества полутраектории на плоскости.
2. Структурно устойчивые динамические системы на сфере и плоскости.
3. Устойчивость замкнутых траекторий. Отображение последования.
4. Области Пуанкаре и Зигеля.
5. Признаки существования и отсутствия состояний равновесия и замкнутых траекторий.
6. Эргодические свойства гиперболических автоморфизмов тора.
7. Гиперболические автоморфизмы тора.
8. Структурно устойчивые автоморфизмы окружности.
9. Дифференциальные уравнения на торе. Число вращения.
10. Приведение к нормальной форме в случае резонансов..
11. У-системы Аносова и их свойства.
12. Эргодические потоки на торе. Теорема о равенстве средних.
13. У-потоки.
14. Индекс особой точки векторного поля.
15. Теорема Пуанкаре о нормальной форме уравнения в окрестности особой точки.
16. Классификация простых состояний равновесия на плоскости.
17. Траекторная и топологическая траекторная .эквивалентность динамических

систем
18. Степень отображения и многомерное обобщения индекса особой точки.
19. Теорема Флоке.
20. Теорема Гробмана-Хартмана о структурной устойчивости седла.

Примеры задач:

1. Покажите, что если $u, v \in V^1(S^2)$ коммутируют, то у u и v имеется общая особая точка (Е. Лима).

2. Пусть $v = (p, q)$ -- векторное поле на R^2, где p и q -- многочлены степени два. Пусть γ -- замкнутая траектория поля v, ограничивающая круг $D \in R^2$. Покажите, что v имеет единственную особую точку в D.

3. Замкнутая траектория γ поля $v \in V^r(M^2)$ называется *притягивающей* или *аттрактором*, если существует такая окрестность U траектории γ, что $V_t(p) \in U$ при всех $t \geq 0$ и $\Omega(V_t(p)) = \gamma$ при всех $p \in U$. Покажите, что если v имеет замкнутую траекторию, являющуюся аттрактором, то каждое векторное поле u, достаточно близкое к v, также имеет замкнутую траекторию.

4. Пусть u -- векторное поле на торе T^2, порождающее иррациональный поток U_t. Покажите, что для любых $n \in N$ и $\varepsilon > 0$ существует такое векторное поле v, что оно имеет ровно n замкнутых траекторий и $\| u - v \|_r < \varepsilon$.

5. Покажите, что существует такое линейное векторное поле u в R^4 и такая траектория γ поля u, что $\gamma \in \Omega(\gamma^+)$, но γ не является ни особой точкой, ни замкнутой траекторией (нетривиальная самопредельная траектория).

6. Покажите, что числа 1, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ рационально независимы.

7. Выпишите все резонансные мономы для резонанса $\lambda_1 + \lambda_2 = 0$. Чему равен порядок резонанса?

8. Для каких значений параметра a функция $F(x) = 2x + a$ определяет поднятие гомеоморфизма окружности?

9. Докажите, что отображение $F(x) = x + (1/4\pi)\sin(2\pi x)$ является поднятием гомеоморфизма окружности. Чему равно его число вращения?

10. Докажите, что для гомоморфизма окружности с конечным числом неподвижных точек и с притягивающей неподвижной точкой существует также и отталкивающая неподвижная точка.

11. Покажите, что существуют гомеоморфизмы окружности, обладающие притягивающей неподвижной точкой, но не имеющие отталкивающих неподвижных точек.

12. Приведите пример гомеоморфизма компактного метрического пространства, который имеет плотную орбиту, но не имеет плотной полуорбиты.

13. Докажите, что сжимающее отображение компактного метрического пространства эргодично.

14. Предположим, что луч света попал в круглую комнату с зеркальными стенами. Опишите в каких случаях и какие из частей комнаты будут освещены наилучшим образом.

15. Докажите, что полная развертка правильного пятиугольника покрывает каждую точку плоскости бесконечное число раз.

16. Рассмотрите движение биллиардного шара в единичном кубе. Сколько возможных направлений может иметь вектор скорости вдоль орбиты?

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Оценка промежуточной успеваемости студента формируется в соответствии с таблицей ниже.

Оценка	Критерий оценивания

	Б	Д	З
5			
4			
3			

	Полный развернутый ответ или задача решена
	Неполный ответ
	Фрагментарный ответ
	Отсутствие ответа или задача не решена

Здесь Б — вопросы по билету; Д — дополнительные вопросы; З — задача; 5 — отлично; 4 — хорошо; 3 — удовлетворительно. Неудовлетворительная оценка соответствует всем иным случаям, не указанным в таблице.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=00000

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.:Наука, 1971.- 240 с.

– Арнольд В. И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференцуиальных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 304 с.

– Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Мир, 1970. -

– Эрроусмит Д, Плейс К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Мир, 1986. -

– Андронов А. А., Леонтович Е. А., Гордон И. И, Майер А. Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. – М: Наука, 1966. -

– Палис Ж, Ди Мелу В. Геометрическая теория динамических систем. – М: Мир, 1986. – 301 с.

– Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. Методы и примеры качественного исследования динамических систем на плоскости, М.: Наука, 1990. –

– Тамура И. Топология слоений, М.: Мир, 1979, - 317 с.

– Лефшец С. Геометрическая теория дифференциальных уравнений. – М.: ИЛ, 1960. -

– Рейссиг Р., Сансоне Г., Конти Р. Качественная теория нелинейных дифференциальных уравнений, М.: Наука, 1974. – 304 с.
– Каток А. Б., Хасселблат Б. Введение в теорию динамических систем с обзором последних достижений. – М.: МЦНМО, 2005. – 464 с.
– Нитецки З. Введение в дифференциальную динамику. – М.: Мир, 1975. -
– Халмош П.Р. Лекции по эргодической теории. - Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. - 132 с.
– Арнольд В.И., Авец А. Эргодические проблемы классической механики. - Ижевск: Ижевская республиканская типография, 1999. - 284 с.
– Корнфельд И.П., Синай Я.Г., Фомин С.В. Эргодическая теория. - М.: Наука, 1981. - 384 с.
– Динамические системы -2/ Современные проблемы математики.Фундаментальные направления. - М.: ВИНИТИ. - 1985.
– Мартин Н., Ингленд Дж. Математическая теория энтропии. - М.: Мир, 1988. - 350 с.
– Синай Я.Г. Современные проблемы эргодической теории. - М.: Физматлит., 1995. - 208 с. - (Современные проблемы математики; вып. 31).Агарков А.П. Экономика и управление на предприятии / А.П. Агарков [и др.]. – М.: Дашков и Ко, 2021. – 400 с.
– Дифференциальные уравнения, учебник, под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко, 2-е изд., 348 с., Агафонов, С. А., Герман, А. Д., Муратова, Т. В., 2000

б) дополнительная литература:

– Арнольд В. И. Математические методы классической механики. – М.: Наука, 1989.
– Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. Современная геометрия: Методы и приложения.- 2-е изд., перераб. – М.: Наука, 1986. – 760 с.
– Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - М.: Наука, 1989. - 624 с.
– Гельфанд И. М. Лекции по линейной алгебре. – 5-е изд., исправленное. – М.: Добросовет, МЦНМО, 1998. – 320.
– Прасолов В. В. Задачи и теоремы линейной алгебры. – М.: Наука. Физматлит., 1996. – 304 с.
– Халмош П.Р. Теория меры. - М.: ИЛ, 1953. - 281 с.
– Брюно А. Д. Локальные методы нелинейного анализа дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1979. – 321 с.
– Дюлак Г. О предельных циклах, М.: Наука, 1980. – 156 с.
– Аносов Д. В. Геодезические потоки на замкнутых римановых многообразиях отрицательной кривизны. В кн.: Труды МИАН, Т. 90, М.: Наука, 1967.
– Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. – М.: Мир, 1991. – 432 с.
– Сб. статей. Странные аттракторы. – М.: Мир, 1981.
– Арансон С. Х., Гринес В. З. Топологическая классификация потоков на замкнутых двумерных многообразиях, УМН, Т. 41, вып.1 (1986) 149-169.
– Смейл С. Дифференцируемые динамические системы, УМН, Т.25, вып.1 (1970) 113-185.
– Яглом А.М., Яглом И.М. Вероятность и информация. - М.:Наука, 1973. - 511 с.

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Капарулин Дмитрий Сергеевич, к.ф.-м.н., без ученого звания, доцент физического факультета ТГУ.