

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Директор института прикладной
математики и компьютерных наук

А.В. Замятин

« 11 » ноября 2021 г.



Фонд оценочных средств по дисциплине

Функциональный анализ

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль: Прикладная математика и информатика

ОС составил:

д-р физ.-мат. наук, профессор
профессор кафедры системного анализа
и математического моделирования

 В.А. Васильев

Рецензент:

д-р физ.-мат. наук, профессор,
профессор кафедры системного анализа
и математического моделирования

 Г.М. Кошкин

Фонд оценочных средств одобрен на заседании учебно-методической комиссии
института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН).

Протокол от 17 июня 2021 г. № 05

Председатель УМК ИПМКН,
д-р техн. наук, профессор

 С.П. Сущенко

Оценочные средства (ОС) являются элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ОС разрабатывается в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины.

1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
			Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.	ОР-1.1.1. Обучающийся сможет: анализировать и применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	Сформированы систематические знания и способность анализировать и применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	Сформированы, но содержащие отдельные пробелы в знаниях и анализировать и применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	Фрагментарные знания по анализу и применению фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук, и использование их в профессиональной деятельности	Отсутствие знаний по анализу и применению фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук. Использование их в профессиональной деятельности.

	<p>ИОПК-1.2. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.</p>	<p>ОП-1.2.1. Обучающийся сможет выполнять стандартные действия, при решении типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей базовых математических и естественнонаучных дисциплин.</p>	<p>Сформированы систематические знания и способность выполнять стандартные действия, при решении типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей базовых математических и естественнонаучных дисциплин.</p>	<p>Сформированы, но содержащие отдельные пробелы выполнять стандартные действия, при решении типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей базовых математических и естественнонаучных дисциплин</p>	<p>Фрагментарные знания по выполнению стандартных действий, при решении типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей базовых математических и естественнонаучных дисциплин</p>	<p>Отсутствуют знания по выполнению стандартных действий, при решении типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей базовых математических и естественнонаучных дисциплин</p>
--	---	--	---	--	---	---

	<p>ИОПК-1.3. Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>	<p>ОП-1.3.1. Обучающийся сможет использовать основные понятия, факты, концепции, принципы математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>	<p>Сформированы систематические знания по использованию основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>	<p>Сформированы, но содержащие отдельные пробелы в знаниях по использованию основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач.</p>	<p>Фрагментарны знания по использованию основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>	<p>Отсутствуют знания по использованию основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>
--	---	--	---	--	---	--

<p>ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.</p>	<p>ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>	<p>ОР-3.1.1. Обучающийся умеет применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.</p>	<p>Сформированы систематические знания по применению современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>	<p>Сформированы , но содержащие отдельные пробелы в знаниях по применению современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>	<p>Фрагментарны е знания по применению современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>	<p>Отсутствуют знания по применению на современном математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области...</p>
--	---	--	---	--	---	--

	<p>ИОПК-3.2. Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>ОР-3.2.1. Обучающийся умеет собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>Сформированы систематические знания по сбору и обработке статистических, экспериментальных, теоретических и т.п. данных для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>Сформированы, но содержащие отдельные пробелы в знаниях по сбору и обработке статистических, экспериментальных, теоретических и т.п. данных для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>Фрагментарные знания по сбору и обработке статистических, экспериментальных, теоретических и т.п. данных для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>Отсутствуют знания по сбору и обработке статистических, экспериментальных, теоретических и т.п. данных для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p>
	<p>ИОПК-3.3. Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.</p>	<p>ОР-3.3.1. Обучающийся умеет критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.</p>	<p>Сформированы систематические знания по умению модификации разрабатываемой математической модели.</p>	<p>Сформированы, но содержащие отдельные пробелы в умении модифицировать разрабатываемые математические модели.</p>	<p>Фрагментарные знания по умению модификации разрабатываемой математической модели.</p>	<p>Отсутствуют знания по умению модификации разрабатываемой математической модели.</p>

2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1.	Тема 1. Элементы теории функций	ОП-1.1.1, ОП-1.2.1, ОП-1.3.1, ОП-3.1.1, ОР-3.2.1	Вопросы и задания
2.	Тема 2. Характеристики оценок функций.	ОП-1.1.1, ОП-1.2.1, ОП-1.3.1, ОП-3.1.1, ОР-3.2.3, ОР-3.2.4, ОР-3.2.5	Вопросы и задания
3	Тема 3. Точечное оценивание параметров функций.	ОП-1.1.1, ОП-1.2.1, ОП-1.3.1, ОП-3.1.1	Вопросы и задания
4	Тема 4. Методы точечной оценки параметров функций.	ОП-1.1.1, ОП-1.2.1, ОП-1.3.1, ОП-3.1.1, ОР-3.2.3,	Вопросы и задания
5	Тема 5. Функциональные ряды..	ОП-1.1.1, ОП-1.2.1, ОП-1.3.1, ОП-3.1.1, ОР-3.2.1	Вопросы и задания
6	Тема 6. Теория меры.	ОП-1.1.1, ОП-1.2.1, ОП-1.3.1, ОП-3.1.1	Вопросы и задания
7	Тема 7. Теория поля.	ОП-1.1.1, ОП-1.2.1, ОП-1.3.1, ОП-3.1.1	Вопросы и задания

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Задача 1. По реализации выборки X_1, \dots, X_n построить оценку методом максимального правдоподобия для параметра экспоненциального распределения.

Задача 2. По реализации выборки X_1, \dots, X_n построить оценку методом максимального правдоподобия для параметра закона Пуассона.

Задача 3. По реализации выборки X_1, \dots, X_n построить оценки методом максимального правдоподобия для параметров нормального распределения.

Задача 4. Доказать, что в пространстве $C[0,1]$ нельзя ввести скалярное произведение, согласующееся с нормой этого пространства.

Задача 5. Доказать, что в пространстве l_p при p неравном 2 нельзя ввести скалярное произведение, согласующееся с нормой этого пространства.

Задача 6. Доказать полноту пространства $L_2(a,b)$.

Задача 7. Найти норму функционала в виде интеграла в постоянных пределах от функции из $C(a,b)$.

Задача 8. Привести пример интегрирования по измеримым множествам.

Задача 9. Привести пример вычисления интеграла Стильтьеса.

Задача 10. Найти норму функционала $f(0)$ в $C(a,b)$.

Задача 11. Найти норму оператора $Ax(t)$ из $C(a,b)$ в $C(a,b)$.

Задача 12. В нормированном пространстве доказать неравенство треугольника.

Задача 13. Доказать неравенство Коши-Буняковского.

Задача 14. Доказать неравенство Минковского.

Вариант 1

1. В чем отличие функционального анализа от математического анализа. Некоторые задачи функционального анализа.
2. Определение меры. Сигма-аддитивность.
3. Определение метрического пространства.

Вариант 2

1. Определение вероятностного пространства;
2. Действия над измеримыми функциями. Эквивалентность.
3. Определение и примеры полных метрических пространств.

Вариант 3

1. Принцип сжимающих отображений.
2. Определение и примеры линейных пространств и определение линейных подпространств.
3. Определение и примеры линейных функционалов.

Вариант 4

1. Применения принципа сжимающих отображений..
2. Выпуклые множества и выпуклые функционалы. Привести формулировку теоремы Хана-Банаха..
3. Определение и примеры нормированных пространств.

Вариант 5

1. Определение и примеры евклидовых пространств.
2. Существование ортогональных базисов. Ортогонализация.
3. Теорема Рисса-Фишера..

Вариант 6

1. Гильбертово пространство. Определение. Примеры.
2. Однородно выпуклые функционалы. Функционал Минковского.
3. Сумма и произведение операторов. Обратный оператор.

3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Экзаменационный билет № 1

1. Вероятностное пространство. Определение сигма-алгебры и вероятностной меры.
2. Определение и примеры метрических пространств.
3. Принцип сжимающих отображений.
4. Действия над измеримыми функциями. Эквивалентность.
5. Определение меры. Сигма-аддитивность.

Экзаменационный билет № 2

1. Определение и примеры полных метрических пространств.
2. Принцип сжимающих отображений.
3. Существование ортогональных базисов. Ортогонализация.
4. Определение и примеры евклидовых пространств.

5. Определение метрического пространства.

Экзаменационный билет № 3

1. Определение и примеры линейных функционалов.
2. Применения принципа сжимающих отображений..
3. Определение и примеры линейных пространств и определение линейных подпространств.
4. Выпуклые множества и выпуклые функционалы.
5. Построить оценку методом максимального правдоподобия для параметра закона Пуассона.

Экзаменационный билет № 4

1. Определение и примеры евклидовых пространств.
2. Доказать неравенство Коши-Буняковского.
3. Определение и примеры линейных функционалов.
4. Найти норму функционала $f(0)$ в $C(a,b)$.
5. Действия над измеримыми функциями. Эквивалентность.

Экзаменационный билет № 5

1. Однородно выпуклые функционалы. Функционал Минковского.
2. Определение и примеры операторов.
3. Определение и примеры нормированных пространств.
4. Найти норму функционала $f(0)$ в $C(a,b)$.
5. Доказать, что в пространстве $C[0,1]$ нельзя ввести скалярное произведение, согласующееся с нормой этого пространства.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Основой для оценки текущего контроля являются Критерии оценивания результатов обучения. Задания формулируются по билетам

Билет № 1

1. В чем отличие функционального анализа от математического анализа. Некоторые задачи функционального анализа.
2. Определение меры. Сигма-аддитивность.
3. Определение метрического пространства.
4. Определение вероятностного пространства;
5. Действия над измеримыми функциями. Эквивалентность.

Билет № 2

1. Определение и примеры полных метрических пространств.

2. Принцип сжимающих отображений.
3. Определение и примеры линейных пространств и определение линейных подпространств.
4. Определение и примеры линейных функционалов.
5. Выпуклые множества и выпуклые функционалы. Привести формулировку теоремы Хана-Банаха..

Билет № 3

1. Применения принципа сжимающих отображений..
2. Определение и примеры нормированных пространств.
3. Определение и примеры евклидовых пространств.
4. Существование ортогональных базисов. Ортогонализация.
5. Теорема Рисса-Фишера..

Билет № 4

1. Доказать неравенство Минковского.
- 2.. Применения принципа сжимающих отображений..
3. Определение и примеры линейных пространств и определение линейных подпространств.
4. Выпуклые множества и выпуклые функционалы.
5. Найти норму функционала $f(0)$ в $C(a,b)$.

Билет № 5

1. Доказать полноту пространства $L_2(a,b)$.
2. Найти норму функционала в виде интеграла в постоянных пределах от функции из $C(a,b)$.
3. Привести пример интегрирования по измеримым множествам.
4. Действия над измеримыми функциями. Эквивалентность.
5. Определение и примеры полных метрических пространств.

Оценка «Отлично» ставится, если студент ответил правильно на все пять вопросов билета.

Оценка «Хорошо» - студент ответил правильно на четыре вопроса билета.

Оценка «Удовлетворительно» - студент ответил правильно на три вопроса билета

Оценка «Неудовлетворительно» – ответ студента на менее трех вопросов билета.

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Основой для промежуточной аттестации являются Критерии оценивания результатов обучения. Задания берутся из экзаменационных билетов п.3.2.

Оценка «Отлично» ставится, если студент ответил правильно на все пять вопросов экзаменационного билета.

Оценка «Хорошо» - студент ответил правильно на четыре вопроса экзаменационного билета.

Оценка «Удовлетворительно» - студент ответил правильно на три вопроса экзаменационного билета

Оценка «Неудовлетворительно» – ответ студента на менее трех вопросов экзаменационного билета.