

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:  
Директор  
А. В. Замятин

Рабочая программа дисциплины

**Стохастические дифференциальные уравнения**

по направлению подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки:  
**Математические методы в цифровой экономике**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2024**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
К.И. Лившиц

Председатель УМК  
С.П. Сущенко

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.

ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

ПК-1. Способен осуществлять научно-исследовательские и опытно-конструкторские разработки как по отдельным разделам темы, так и при исследовании самостоятельных тем.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.

ИОПК-1.2. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.

ИОПК-1.3. Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.

ИОПК-1.4. Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.

ИОПК-2.3. Демонстрирует умение отбора среди существующих математических методов, наиболее подходящих для решения конкретной прикладной задачи.

ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.

ИОПК-3.2. Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.

ИОПК-3.3. Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.

ИПК-1.1. Осуществляет проведение работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Ознакомление студентов с основными видами стохастических моделей дискретного и непрерывного типа.

– Освоить методы последовательного и усеченного оценивания параметров динамических систем, а также с решением задач адаптивного оптимального прогнозирования динамических систем и основами нахождения финансовых показателей.

– Научиться применять понятийный аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности в области экономики, эконометрики и финансовой математики.

### **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор. Дисциплина входит в модуль «Математические методы в экономике».

### **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Седьмой семестр, экзамен.

### **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Математическая статистика», «Теория вероятностей».

### **6. Язык реализации**

Русский.

### **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 16 ч.

в том числе практическая подготовка: 16 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

### **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

**Тема 1.** Стохастические процессы, используемые при моделировании динамических систем с дискретным и непрерывным временем.

**Тема 2.** Гауссовские и условно-гауссовские модели.

**Тема 3.** Модели, основанные на броуновском движении. Разложение броуновского движения на основе теоремы Каруннена-Лоэва.

**Тема 4.** Стохастический интеграл по броуновскому движению. Формула Ито.

**Тема 5.** Последовательный анализ в задачах идентификации динамических систем с дискретным и непрерывным временем.

**Тема 6.** Метод усеченного оценивания в задачах идентификации динамических систем с и непрерывным временем.

**Тема 7.** Оптимальное прогнозирование процессов с непрерывным временем.

**Тема 8.** Оценивание параметров распределений с тяжелыми хвостами, используемых в финансовой математике, методом усеченного оценивания.

### **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

### **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Экзамен в седьмом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первая часть представляет собой тест из 5 вопросов, проверяющих ИУК-1.1. Ответы на вопросы первой части даются путем выбора из списка предложенных.

Вторая часть содержит один вопрос, проверяющий ИОПК-2.2. Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме.

Третья часть содержит 2 вопроса, проверяющих ИПК-3.3 и оформленные в виде практических задач. Ответы на вопросы третьей части предполагают решение задач и краткую интерпретацию полученных результатов.

#### **Примерный перечень теоретических вопросов**

Вопрос 1. Стохастические процессы, используемые при моделировании динамических систем с дискретным и непрерывным временем. Примеры.

Вопрос 2. Гауссовские и условно-гауссовские модели. Определения. Свойства.

Вопрос 3. Определение и свойства броуновского движения.

Вопрос 4. Определение стохастического интеграла по броуновскому движению. Интеграл Ито. Свойства.

Вопрос 5. Методы идентификации процессов с непрерывным временем.

Вопрос 6. Построение оптимальных прогнозов процессов с непрерывным временем.

#### **Примеры задач.**

Задача 1. Разложение броуновского движения на основе теоремы Каруннена-Лоэва.

Задача 2. Разложение броуновского моста на основе теоремы Каруннена-Лоэва.

Задача 3. Построение ОМП параметров линейных стохастических дифференциальных уравнений. Свойства.

Задача 4. Построение оптимальных прогнозов линейных стохастических дифференциальных уравнений. Свойства.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» ставится при полных ответах на все вопросы экзаменационного билета.

Оценка «хорошо» ставится при полных ответах на вопросы экзаменационного билета кроме одного (любого) вопроса.

Оценка «удовлетворительно» ставится при полных ответах на вопросы экзаменационного билета кроме двух (любых) вопросов.

Оценка «неудовлетворительно» ставится при не ответах на все вопросы экзаменационного билета.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## **11. Учебно-методическое обеспечение**

а) Электронный учебный курс по дисциплине в LMS iDo;

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

## **12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет**

а) основная литература:

– Ширяев А. Н. Вероятность : Учеб. пособ. для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. / А. Н. Ширяев. М: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1989. – 640 с.

– Vasiliev V.A. A truncated estimation method with guaranteed accuracy. Springer Journal "Annals of the Institute of Statistical Mathematics". v.66, N1, p.141--163, 2014; published on-line 01 June 2013,

б) дополнительная литература:

– Конев В. В. Последовательные оценки параметров стохастических динамических систем.

– Последовательные оценки параметров стохастических динамических систем. Томск: Изд-во Томск. ун-та. 1985. – 267 с.

– Dimitris N. Politis, Vyacheslav A. Vasiliev, Sergey E. Vorobeychikov. Optimal parameter estimation of heavy tailed distributions. Sequential Analysis, Taylor and Francis. 2021, Vol 40, No. 1, pp. 125-147.

– A.V. Dobrovidov, G.M. Koshkin, V.A. Vasiliev. Non-parametric state space models. (Russian original: V.A. Vasiliev, A.V. Dobrovidov, G.M. Koshkin. Nonparametric estimation of functionals of stationary sequences distributions. Moscow.: Nauka, Heber City, UT: Kendrick Press, USA. 2012. - 501 p.

в) ресурсы сети Интернет:

– открытые онлайн-курсы

– Общероссийская Сеть Консультант Плюс Справочная правовая система. <http://www.consultant.ru>

– Управление экономическими системами: электронный научный журнал [Электронный ресурс]. – Электрон. журн. – URL: <http://www.uecs.ru>.

### **13. Перечень информационных технологий**

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения практических занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

### **15. Информация о разработчиках**

Васильев Вячеслав Артурович, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры системного анализа и математического моделирования института прикладной математики и компьютерных наук НИ ТГУ.