

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Филологический факультет

УТВЕРЖДЕНО:  
Декан  
И. В.Тубалова

Рабочая программа дисциплины

**Вероятностные модели**

по направлению подготовки

**45.03.03 Фундаментальная и прикладная лингвистика**

Направленность (профиль) подготовки:  
**Фундаментальная и прикладная лингвистика**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2024**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
А.В. Васильева

Председатель УМК  
Ю.А. Тихомирова

Томск – 2024

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК-2 – Способен к ведению профессиональной деятельности с опорой на основы математических дисциплин, необходимых для формализации лингвистических знаний и процедур анализа и синтеза лингвистических структур

– ПК-4 – Способен разрабатывать программный код при решении задач автоматической обработки текстов

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИПК-4.1 Применяет способы формализации и алгоритмизации поставленных задач в сфере автоматической обработки текстов.

ИОПК-2.3 Применяет математические методы в процедурах анализа и синтеза лингвистических структур.

ИОПК-2.2 Соотносит задачи формализации лингвистических знаний с основами математических знаний.

ИОПК-2.1 Демонстрирует знание основ математических дисциплин, необходимых для формализации лингвистических знаний.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

–Освоить аппарат теории вероятностей, развить навыки формального логического мышления, которое является основой алгоритмического, и подготовиться к курсу математической статистики: понятийная база, знание теоретических оснований статистических методов.

Научиться применять понятийный аппарат теории вероятностей для решения как повседневных задач, так и задач в профессиональной деятельности, в частности, задач автоматической обработки текста, сформировать вероятностное мышление.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1, является обязательной для изучения.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Четвертый семестр, зачет

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Понятийный аппарат математики» и «Иностранный (английский) язык»: необходимо владеть элементарными навыками дифференциального и интегрального исчисления и уметь решать простейшие системы линейных уравнений. Необходимо также иметь элементарные навыки работы с компьютером.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 20 ч.

-практические занятия: 30 ч.

в том числе практическая подготовка: 30 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

### **Тема 1. Вероятностное пространство и свойства вероятности**

- 1.1. Выборочное пространство. Примеры
- 1.2. Случайные события. Операции над событиями
- 1.3. Операции над событиями. Формулы двойственности
- 1.4. Вероятность. Аксиоматическое определение
- 1.5. Частотная интерпретация вероятностей
- 1.6. Задание вероятностей
- 1.7 Свойства вероятностей

### **Тема 2. Вероятность: частные случаи. Элементы комбинаторики**

- 2.1. Комбинаторика. Основные правила. Размещения
- 2.2. Комбинаторика. Сочетания. Треугольник Паскаля
- 2.3. Комбинаторика. Выбор с возвращением. Таблица
- 2.4. Классическое определение вероятностей
- 2.5. Геометрическое определение вероятностей

### **Тема 3. Условная вероятность и независимость**

- 3.1. Понятие условной вероятности
- 3.2. Формула умножения вероятностей
- 3.3. Дерево вероятностей
- 3.4. Формула полной вероятности
- 3.5. Формула Байеса
- 3.6. Формула Байеса. Примеры применения
- 3.7. Независимость событий

### **Тема 4. Дискретные случайные величины**

- 4.1. Схема испытаний Бернулли
- 4.2. Понятие дискретного распределения. Примеры
- 4.3. Биномиальное и пуассоновское распределения
- 4.4. Многомерное дискретное распределение. Условные распределения
- 4.5. Среднее значение, моменты случайной величины. Формула полного среднего
- 4.6. Дисперсия. Ковариация, корреляция и независимость случайных величин

### **Тема 5. Непрерывные случайные величины**

- 5.1 Вероятностное пространство. Борелевская сигма-алгебра
- 5.2 Функция распределения вероятностей случайной величины
- 5.3 Функция плотности вероятностей случайной величины
- 5.4 Сравнение дискретных и непрерывных случайных величин
- 5.5 Квантили распределения
- 5.6 Экспоненциальное распределение
- 5.7 Процесс Бернулли
- 6.8 Процесс Пуассона

### **Тема 6. Совместные непрерывные распределения**

- 6.1 Многомерные непрерывные распределения. Независимость
- 6.2 Условные непрерывные распределения.
- 6.3 Условное среднее. Формула полного среднего
- 6.4 Задача на формулу Байеса (непрерывный случай)
- 6.5 Задачи на формулу Байеса (смесь дискретных и непрерывных)

## Тема 7. Предельные теоремы

7.1 Типы сходимости случайных величин и связь между ними

7.2 Неравенство Чебышева. Законы больших чисел. Теорема Чебышева

7.3 Центральная предельная теорема (ЦПТ)

## 9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения опросов и тестов по лекционному материалу, деловых игр по темам, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

По каждому разделу, кроме последнего, проводится тестирование (решение задач и знание основных определений и результатов).

Тест (ИПК-4.1, ИОПК-2.3, ИОПК-2.2, ИОПК-2.1) засчитывается как сданный, если удовлетворительно выполнено не менее 60% заданий. Внимание уделяется логическому, последовательному изложению, обоснованности процесса решения, владению принятыми в теории вероятностей обозначениями.

Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Примеры задач и вопросов в тестах.

1. Школа вручает пять наград по пяти предметам в классе из 30 учеников, причем каждый ученик может получить только одну награду. Сколькими способами можно вручить награды ученикам?
2. Сколькими способами из класса, в котором учатся 30 школьников, можно выбрать капитана команды для математических боев и его заместителя?
3. Сколькими способами из класса, в котором учатся 30 школьников, можно выбрать двоих для участия в математической олимпиаде?
4. Сколькими способами можно построить пятерых человек в шеренгу?
5. Сколькими способами 5 человек могут встать в круг, чтобы водить хоровод (важно только их взаимное расположение)?
6. Сколькими способами 6 различных шаров можно случайно раскидать по трем различным ящикам?
7. Выборочное пространство  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ ,  $P(\omega_2) = 1/3$ ,  $P(\omega_3) = 1/2$ . Чему равняется вероятность элементарного события  $\omega_1$ ?
8. Определите, всегда ли верно равенство  $P(\overline{A \cap B \cap C}) = P(\overline{C}) + P(\overline{A} \cap C) + P(A \cap \overline{B} \cap C)$ ?
9. Что такое дискретное пространство элементарных исходов?
10. Аксиоматическое определение вероятности.
11. Классическое определение вероятности. Когда применяется?
12. Геометрическое определение вероятности. Когда применяется?
13. Формулы двойственности.
14. Что такое противоположное, невозможное, достоверное событие? Их вероятности.
15. Формула для вероятности объединения двух событий.
16. Пусть  $P(A) = 0,4$  и  $P(B) = 0,7$ . Какое минимальное значение может принимать вероятность  $P(A \cap B)$ ?
17. Пусть A и B несовместны,  $P(A) = 0,3$  и  $P(B) = 0,5$ . Найдите  $P(\overline{A \cap B})$ .
18. Для каких случайных экспериментов естественно считать исходы равновероятными? а) бросаем игральную кость (кубик); б) случайно вытаскиваем

- три карты из колоды; в) идем сдавать зачет, не подготовившись; г) стреляем в мишень. Отметьте все подходящие.
19. Одновременно бросаем монету и игральную кость (кубик). Сколько элементарных исходов будет содержать выборочное пространство  $\Omega$ ?
20. Бросаем правильную кость два раза.
- а) Известно, что сумма выпавших очков не больше пяти. Найдите условную вероятность того, что выпало одинаковое количество очков.
- б) Известно, что выпало разное количество очков. Найдите условную вероятность того, что, по крайней мере, один раз выпала 1.
21. Студент сдает тест, в котором на каждый вопрос есть четыре варианта ответа. Он знает ответы на 50% вопросов, может сузить выбор до двух ответов в 30% вопросов, и ничего не знает в 20% вопросах. Какова вероятность того, что он сможет правильно ответить на вопрос, выбранный случайным образом из теста?
22. Цифры 0 и 1 отправляются многократно по зашумленному каналу связи. С вероятностью 0.9 они приходят неискаженными, а с вероятностью 0.1 вместо 1 приходит 0 и наоборот. Предполагая, что 0 и 1 отправляются с одинаковой частотой, найти условную вероятность того, что была отправлена 1, при условии, что мы получили 1.
23. Рассмотрим события  $A$  и  $A^c$ ,  $P(A) \neq 0$ ,  $P(A) \neq 1$ . Будут ли эти события а) несовместны, б) независимы?
24. Если любые события  $A$  и  $B$  независимы, то события  $A$  и  $B^c$  тоже независимы. Всегда ли правильно это утверждение?
25. Пусть  $A$  – любое событие. Являются ли  $A$  и  $\Omega$  независимыми?
26. Дискретная СВ  $X$  задана рядом распределения

$x_i$	-5	-1	0	10	20	25
$p_i$	0.3	0.2	0.1	0.1	0.1	0.2

20. Найти значения функции распределения  $F(x) = P(X \leq x)$  при а)  $x = -6$ , б)  $x = 0$ , в)  $x = 100$ .
- г) Функция распределения  $F(x)$  в точке -1 имеет скачок величины  $s$ .  
 $s =$
- д) Функция распределения  $F(x)$  имеет  $N$  скачков  
 $N =$
- Дать определение функции распределения вероятностей.

21. Дана функция плотности непрерывной случайной величины (НСВ)  $X$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1, \\ x & \text{при } 1 < x \leq 2, \\ 0 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

- Найти: а) постоянную  $C$ , б) вероятность  $p$  попадания СВ  $X$  в интервал  $(1/2; 3/2)$ , в) значение функции распределения  $F(x)$  в точке  $x = 0$ , г) значение  $y_2$  функции распределения  $F(x)$  в точке  $x = 5$ .
22. Преподаватель проводит индивидуальные консультации. Время консультации в минутах имеет экспоненциальное распределение с параметром 0.25. Вы ждете своего товарища, который сидит на консультации уже 5 минут. Каково среднее значение  $M$  и дисперсия  $D$  оставшегося времени ожидания? Дать обоснованные ответы.

23. Дать определение экспоненциального распределения, среднего значения и дисперсии непрерывной СВ. Что значит отсутствие памяти у экспоненциального распределения?
24. а) Пусть  $X \sim N(5, 4)$ . Найти  $M(X^2)$  б) Пусть  $X \sim N(0, 1)$ . Найти  $M(X^{21})$  в) Пусть  $Y \sim N(6, 4)$ . Записать выражение для  $P(2 < Y < 8)$ , использовать функцию  $\Phi()$  или  $\text{erf}()$ .
25. Предположим, мы берем два билета из шляпы, которая содержит билеты с номерами 1,2,3,4. Пусть  $X$  будет первым числом, а  $Y$  - вторым. Найти совместное распределение  $X$  и  $Y$ .

В полном объеме средства оценивания для текущей аттестации находятся на платформе Степик <https://stepik.org/course/2911/syllabus> и <https://stepik.org/course/3209/syllabus>. На платформе Степик организуется класс, где видна динамика работы студента в течение семестра и все выполненные им задания. Обращается внимание на регулярность работы.

### 10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Оценивание			
Вид работы	Удельный вес	Период	Критерии оценки
- Вид оцениваемой работы:	Удельный вес указанного вида работы в итоговой оценке (в процентах)	В течение семестра/в конце семестра	Критерии оценивания указанного вида работы
Тесты	40	В течение семестра	Обоснование методов решения задач, знание основных определений и результатов. Ставится оценка, пропорциональная количеству решенных задач
зачет	30 (возможны исключения, связанные с индивидуальными особенностями студентов)	В конце семестра	Студенты, посещающие занятия и набравшие более 60% баллов за каждый тест, получают зачет автоматически. Остальные сдают не сделанные тесты и проходят устное собеседование
работа в аудитории, посещение занятий	30	В течение семестра	Отсутствие на занятиях возможно только по уважительной причине. По всем пропущенным темам студент получает дополнительные вопросы на зачете

Студенты, написавшие все тесты (оценка каждого теста не ниже 60%) и не пропускавшие занятий без уважительных причин, получают зачет автоматически, остальные сдают не сделанные тесты и проходят устное собеседование.

Задачи и вопросы на зачете полностью дублируют задачи и вопросы в тестах и рассмотренные на занятиях в аудитории.

В полном объеме средства оценивания для промежуточной аттестации находятся на платформе [Степик](https://stepik.org/course/2911/syllabus) <https://stepik.org/course/2911/syllabus> и <https://stepik.org/course/3209/syllabus>

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронные учебные авторские курсы по дисциплине на платформе Степик <https://stepik.org/course/2911/info> и <https://stepik.org/course/3209/info>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине расположены на платформе Степик, например, <https://stepik.org/lesson/46750/step/3?unit=24813>  
<https://stepik.org/lesson/46755/step/1?unit=24817>  
<https://stepik.org/lesson/46762/step/4?unit=24831>  
<https://stepik.org/lesson/46901/step/5?unit=24913>

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине.

План соответствует темам курса <https://stepik.org/course/2911/syllabus> (за исключением раздела 5) и темам 1.1-1.8, 2.1-2.4, 3.4 курса <https://stepik.org/course/3209/syllabus>

В ходе практических занятий применяются технологии активного обучения: дискуссионные и игровые. Предлагаются практические ситуации для анализа (case study), применяется имитационное моделирование.

Основное внимание уделяется логическому, последовательному (доказательному) мышлению и аргументации.

Все основные термины дублируются на английском языке.

Разбор задач и соответствующей теории по указанным темам:

Занятие 1. Математическая модель случайного эксперимента. Выборочное пространство.

Примеры. Случайные события. Операции над событиями.

Занятие 2. Математическая модель случайного эксперимента. Вероятность.

Аксиоматическое определение. Свойства вероятностей.

Занятие 3. Классическое определение вероятностей. Комбинаторика. Основные правила.

Размещения. Сочетания.

Занятие 4. Тест 1. Обзор пройденного материала. Геометрическое определение вероятностей.

Занятие 5. Понятие условной вероятности. Формула умножения вероятностей.

Занятие 6. Формула полной вероятности. Формула Байеса

Занятие 7. Тест 2. Обзор пройденного материала. Независимость событий.

Занятие 8. Понятие дискретного распределения. Примеры.

Занятие 9. Схема испытаний Бернулли. Биномиальное и пуассоновское распределения (подробный разбор)

Занятие 10. Тест 3. Обзор пройденного материала. Многомерное дискретное распределение.

Занятие 11. Многомерное дискретное распределение. Условные дискретные распределения.

Занятие 12. Числовые характеристики дискретных случайных величин: среднее значение, моменты, дисперсия. Их свойства.

Занятие 13. Тест 4. Обзор пройденного материала. Формула полного среднего. Ковариация, корреляция и независимость случайных величин

Занятие 14. Непрерывные распределения. Функция распределения вероятностей случайной величины. Функция плотности вероятностей случайной величины.

Классические непрерывные распределения и их числовые характеристики: среднее, дисперсия, мода, медиана.

Занятие 15. Тест 5. Обзор пройденного материала. Предельные теоремы теории вероятностей – основа статистических выводов.

г) Методические указания по проведению лабораторных работ.

Лабораторных работ не предусмотрено.

д) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

Студентам рекомендовано

- пользоваться авторскими МООКами Теория вероятностей - наука о случайности и Теория вероятностей - наука о случайности, часть 2 на платформе Степик: слушать лекции и решать размещенные там задачи, проверяющие понимание теоретического материала, стараться формулировать вопросы по непонятным рассуждениям и выводам и задавать их на аудиторных занятиях;
- смотреть в Интернете и читать материалы, присланные преподавателем, стараясь выявить проблемные моменты, которые требуют детального разбора на аудиторных занятиях.
- Определения и формулировки основных результатов учить наизусть. Если рассуждения даются совсем тяжело, заучивать материал (вырабатывать привычку мозга к логическим последовательным рассуждениям). Понимание – это очень тонкая субстанция. Какое-то понимание может прийти позже.
- Стараться видеть за словесным оформлением логический скелет вероятностных задач (соответствующую схему) и применять соответствующие алгоритмы для решения.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

- К.Л. Чжун, Ф. АитСахлиа. Элементарный курс теории вероятностей. Стохастические процессы и финансовая математика (четвертое издание, 2003, Springer; перевод на русский 2007)
  - Гнеденко Б.В., Хинчин А.Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. 7-е изд., доп., М.: Наука, Физматгиз, 1970, 168 с.
  - Андрей Николаевич Колмогоров, Игорь Георгиевич Журбенко, Александр Владимирович Прохоров. Введение в теорию вероятностей (выпуск 23 серии "Библиотечка квант"). М.: Наука, 1982, 160 с.
- Вся основная литература предоставляется преподавателем студентам в электронном виде.

б) дополнительная литература:

- Kitaeva A.V. Probability Theory and Mathematical Statistics / A.V. Kitaeva – Tomsk: TPU Publishing House, 2013. – 192 p.
  - Suhov Y. Probability and Statistics by Example 1: Basic Probability and Statistics / Y. Suhov and M. Kelbert – Cambridge: Cambridge University Press, 2014. – 470 p.
  - Кельберт М.Я., Сухов Ю.М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Том 1. Основные понятия теории вероятностей и математической статистики. М: МЦНМО, 2007. – 456 с.
  - Налимов В.В. Вероятностная модель языка. О соотношении естественных и искусственных языков. – М.: Наука, 1979. – 304 с.
  - Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Том 1. Москва: Мир, 1984. – 528 с.
- Вся дополнительная литература предоставляется преподавателем студентам в электронном виде.



в) ресурсы сети Интернет:

– Теория вероятностей - наука о случайности Электронный ресурс: массовый открытый онлайн-курс /А.В. Китаева, Е.Е. Змеева, А.О. Жуковская; Том. гос. ун-т. Электронный ресурс,

<https://stepik.org/course/2911/syllabus>, <https://stepik.org/course/3209/syllabus>.

– МООКи на платформах Stepik, EdX, Coursera, просмотр роликов по изучаемым темам на каналах 3Blue1Brown, Numberphile и др. на русском и английском.

– <https://learning.edx.org/course/course-v1:HarvardX+STAT110x+2T2021/home>

– <https://learning.edx.org/course/course-v1:HarvardX+FC1x+1T2021/home>

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

#### 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

#### 15. Информация о разработчиках

Анна Владимировна Китаева, д.ф.-м.н., профессор кафедры При ИПМКН ТГУ