

Сведения о выполненных работах в 2017 году  
по проекту «**Новые робастные эффективные статистические методы обработки  
сигналов и изображений в стохастических системах**»,  
поддержанному Российским научным фондом

Соглашение № 17-11-01049

Руководитель д-р физ.-мат. наук Пергаменщиков Сергей Маркович

Развиты и проанализированы статистические процедуры выбора модели для оценивания непараметрических сигналов, наблюдаемых на фоне негауссовских импульсных шумов с неизвестной интенсивностью. При этом статистический анализ осуществлялся на основе робастных критериев, т.е. когда качество оценивания сигнала характеризуется максимальным значением среднеквадратической точности по всему классу возможных распределений помех, действующих на передаваемый сигнал в канале связи. Метод робастного оценивания позволяет синтезировать численные статистические алгоритмы, обладающие высокой помехоустойчивостью, т.е. обладают стабильными точностными характеристиками при непредвиденном изменении распределений шумов в канале связи в достаточно широких пределах. Для квадратичных робастных рисков получены неасимптотические точные оракульные неравенства, оценивающие сверху риск процедуры выбора моделей минимальным риском по всему выбранному семейству проекционных оценок умноженным на коэффициент сколь угодно близкий к единице. С помощью таких неравенств определяется наилучшая оценка в выбранном классе проекционных оценок, что позволяет синтезировать эффективные статистические алгоритмы оценивания без использования основных параметров регулярности неизвестного сигнала, т.е. решать задачу эффективного оценивания в адаптивной постановке. Для анализа свойств эффективности статистических процедур, на основе неравенства Ван Триса и методами нижних границ Пинскера вычисляется минимальное значение асимптотической точности оценивания, т.е. впервые для регрессионных моделей с импульсными шумами Леви вычисляется знаменитая константа Пинскера, определяющая потенциальные возможности оценивания для данной задачи. Далее, используя полученные оракульные неравенства и весовой метод наименьших квадратов с весовыми коэффициентами, минимизирующими асимптотический квадратичский риск устанавливается эффективность для робастных рисков для разработанных в проекте процедур выбора моделей в адаптивной постановке, т.е. при условии отсутствия информации о степени гладкости оцениваемого сигнала. Проведены также численные моделирования развитых в проекте процедур выбора моделей, подтверждающие практическую работоспособность и их высокую помехоустойчивость (робастность).

Далее, в Проекте изучены аналитические свойства меры восстановления, определяющей распределения шумовых импульсов в регрессионных моделях наблюдений сигналов с полумарковскими шумами. Изучена мера восстановления, введенная Goldie (1991) в случае отсутствия сингулярных компонент. Найдены

условия, обеспечивающие существование плотности восстановления и изучены ее свойства, позволяющие вычислять спектральные и корреляционные характеристики импульсных шумовых составляющих и анализировать стохастические интегралы относительно полумарковского процесса. Развитая техника методов теории восстановления применяется для получения неасимптотических точных оракульных неравенств для квадратических робастных рисков.

На основе улучшенных методов оценивания разработаны процедуры выбора моделей для адаптивного оценивания непараметрического сигнала, наблюдаемого на фоне скачкообразного процесса Леви. Процедуры выбора моделей строятся на основе взвешенных проекционных оценок с заменой оценок наименьших квадратов на их улучшенные версии. Проанализирован эффект улучшения неасимптотической точности оценивания. Установлено, что для непараметрического оценивания эффект улучшения значительно выше, чем в параметрическом случае, так как коэффициент улучшения Джеймса–Стейна прямо пропорционален размерности параметров, которая стремится к бесконечности для непараметрических сигналов. На основе метода Монте-Карло были проведены численные моделирования, иллюстрирующие на практике теоретические статистические выводы.

Найдены конструктивные условия на модель наблюдений и на весовые коэффициенты, при которых получены точные неасимптотические оракульные неравенства для улучшенных процедур оценивания как для обычных, так и для робастных среднеквадратических рисков, определяющих верхние границы точности оценивания через минимальный соответствующий риск по выбранному семейству проекционных оценок. Данные условия проверяются для широкого класса практически важных регрессионных моделей таких, как модель регрессии с полумарковскими шумами и шумами, задаваемыми процессами Леви. Кроме того, получены оракульные неравенства для процедур выбора моделей построенных по весовым проекционным оценкам с весовыми коэффициентами введенными Пинскером для минимизации асимптотического квадратического риска оценивания.

В рамках статистического анализа ошибок при выборе моделей для стохастических дифференциальных уравнений с малыми параметрами в диффузионных коэффициентах в проекте изучалась задача адаптивного робастного оценивания непараметрического сигнала, наблюдаемого на конечном временном интервале на фоне импульсного шума, определяемого скачкообразными процессами Леви с неизвестными спектральными и корреляционными характеристиками и с малой интенсивностью входящей как малый параметр в модель наблюдений. Разработаны процедуры выбора моделей на основе взвешенных оценок наименьших квадратов со специально подобранными весовыми коэффициентами, минимизирующими асимптотический квадратический риск. Анализ точности разработанных в проекте процедур осуществляется методом неасимптотических точных оракульных неравенств для квадратических рисков. Далее с помощью неравенства Ван Триса, взвешенного метода наименьших квадратов Пинскера и полученного оракульного неравенства устанавливается эффективность разработанных процедур в адаптивной

постановке. Предложенная процедура выбора моделей применена к задаче оценивания числа сигналов в многолучевом канале связи, наблюдаемых на фоне импульсных «цветных» шумов малой интенсивности. Численным моделированием по методу Монте-Карло установлена практическая работоспособность и повышенная скорость определения числа сигналов при стремлении к бесконечности отношения сигнал/ шум. Кроме того, в рамках статистического анализа проведено исследование сильно осциллирующих сигналов, определяемых стохастическими дифференциальными уравнениями второго порядка с малыми параметрами в диффузионных коэффициентах и удовлетворяющими граничным условиям типа Неймана. Уровень осцилляций задается малым параметром, определяющим степень сингулярности уравнения. В проекте для таких уравнений теоретически обосновывается существование единственных сильных решений и затем устанавливается принцип усреднения, определяющий предельную форму сигнала в явном виде при стремлении к нулю малого параметра в уравнении.

Предложена единая методика синтеза алгоритмов обработки информационных сигналов с неизвестными параметрами в условиях неизвестного затухания и замираний. Выполнено обобщение методов расчета асимптотически точных характеристик алгоритмов обработки быстрофлуктуирующих замирающих сигналов с неизвестными параметрами при наличии аддитивных гауссовских искажений. Найдена структура максимально правдоподобного алгоритма оценки фазы узкополосного радиосигнала с известной и неизвестной амплитудой при быстрых раисовских замираниях на фоне белого шума. Получены замкнутые аналитические выражения для полного статистического описания выносимых оценок. Рассчитаны потери в точности оценки фазы радиосигнала при увеличении глубины замираний.

Получены новые асимптотические аппроксимации для функции распределения величины абсолютного максимума обобщенного винеровского случайного поля. С помощью статистического моделирования установлено удовлетворительное согласование теоретических и экспериментальных вероятностей превышения порога величиной абсолютного максимума обобщенного винеровского случайного поля в широком диапазоне значений его параметров.

Найдены новые, более точные по сравнению с известными асимптотические аппроксимации для вероятности превышения порога величиной абсолютного максимума гауссовского случайного поля с недифференцируемой в нуле и локально факторизируемой корреляционной функцией, а также для функции распределения величины абсолютного максимума поля. Методами статистического моделирования показано, что полученные аппроксимации удовлетворительно описывают соответствующие экспериментальные данные в широком диапазоне значений параметров случайного поля.

Найдена структура новых алгоритмов обнаружения и измерения момента появления, математического ожидания, средней мощности и полосы частот гауссовского случайного возмущения. Выполнено обобщение асимптотических методов расчета

точностных характеристик алгоритмов обработки случайных сигналов с неизвестными разрывными и непрерывными параметрами. Аналитически определена эффективность функционирования синтезированных обнаружителей и измерителей гауссовского случайного возмущения в условиях различной параметрической априорной неопределенности. Методами статистического моделирования установлены границы применимости полученных теоретических результатов.

Предложена новая модель трассировки лучей на плоских препятствиях, позволяющая решать задачи трассировки отражённых лучей и лучей после первой дифракции в рамках теории геометрической оптики и теории дифракции без избыточных вычислений, предусмотренных известными методами (SBR и др.). На основе данной модели разработаны новые алгоритмы трассировки лучей после отражения и дифракции.

Выполнены синтез, анализ и практическая реализация высокоскоростного цифрового когерентного демодулятора сигналов с четырехпозиционной относительной фазовой манипуляцией. Установлена его работоспособность, эффективность, оптимальность и высокая (совпадающая с потенциальной) помехоустойчивость в гауссовских шумах.

С 3 по 5 июля 2017 г. в Национальном Исследовательском Томском государственном университете была проведена международная научная конференция «Робастная статистика и Финансовая математика 2017» (<http://sspqf.tsu.ru>), на которой были представлены некоторые основные результаты проекта за 2017 год.

Результаты проекта находятся в следующих информационных ресурсах сети интернет:

<https://doi.org/10.1017/S0308210516000354>

<http://arxiv.org/abs/1611.07378>

<https://arxiv.org/pdf/1611.07378.pdf>

<https://arxiv.org/pdf/1710.10653.pdf>

<https://elibrary.ru/item.asp?id=30130466>

[https://www.ripublication.com/ijaer17/ijaerv12n18\\_106.pdf](https://www.ripublication.com/ijaer17/ijaerv12n18_106.pdf)

<http://lmrs.univ-rouen.fr/RMR17/schedule.html>

[http://lmrs.univ-rouen.fr/Stat/grpe\\_stat.html](http://lmrs.univ-rouen.fr/Stat/grpe_stat.html)

<https://elibrary.ru/item.asp?id=30130466>