

Сведения о выполненных работах в 2018 году  
по проекту «**Новые робастные эффективные статистические методы обработки  
сигналов и изображений в стохастических системах**»,  
поддержанному Российским научным фондом

Соглашение № 17-11-01049

Руководитель д-р физ.-мат. наук Пергаменщиков Сергей Маркович

В 2018 году в проекте разрабатывались новые статистические методы обработки непараметрических сигналов и изображений по неполным данным и по зашумленным наблюдениям в условиях наличия мешающих параметров в распределениях шумовых воздействий. Задачи статистической обработки изучаются в адаптивной постановке, т.е. в ситуации, когда информации о форме изучаемых сигналов и изображений недоступна. В проекте рассматриваются задачи адаптивного оценивания непараметрических сигналов по неполным данным, т.е. когда сигнал в непрерывном времени наблюдается в дискретные фиксированные моменты с аддитивными зависимыми шумами с неизвестными распределениями. В задачах обнаружения разладок и сбоев при приеме и передаче случайных сигналов предполагается, что кроме неизвестных сигнальных параметров, является неизвестным так же и форма распределения случайных факторов, определяющих стохастическую динамику сигналов и рассматриваются как бесконечномерные мешающие параметры. Например, в задачах обнаружения моментов изменения параметров в авторегрессионных сигналах, таким мешающим параметром является распределение случайных величин, определяющих авторегрессионную модель. Статистические процедуры синтезируются на основе робастных критериев. Для задач оценивания сигналов и изображений робастный риск определяется как максимальное значение среднеквадратической точности по всему классу возможных распределений помех, действующих в наблюдениях. Для задач обнаружения сигналов и разладок в стохастических системах робастный критерий определяется как максимальное среднее время запаздывания по всевозможным неизвестным мешающим параметрам. Робастные методы позволяют синтезировать численные статистические алгоритмы, обладающие высокой помехоустойчивостью, т.е. обладают стабильными точностными характеристиками при непредвиденном изменении распределений шумов в канале связи в достаточно широких пределах. Для задач оценивания сигналов по неполным данным и изображений для обычных и робастных квадратичных рисков получены неасимптотические точные оракульные неравенства, устанавливающие, что среднеквадратическая точность и робастная среднеквадратическая точность для разработанных в проекте процедур выбора моделей является меньше с точностью коэффициента как угодно близкого к единице, чем соответствующие минимальные риски вычисленные по выбранному семейству проекционных оценок. На основе таких неравенств анализируется частота поступления сигнальных наблюдений и находятся достаточные условия обеспечивающие стремление к нулю второстепенных слагаемых в правой части

оракульных неравенств по сравнению с минимальной (оптимальной) точностью выбранного семейства оценок, что в конечном итоге позволяет синтезировать свойство адаптивной эффективности для оценивания сигналов по неполным данным. Следует отметить, что асимптотически при бесконечно большом отношении «сигнал/шум» минимальный (оптимальный) нормированный риск для задачи оценивания по неполным данным совпадает с константой Пинскера, вычисленной для задачи оценивания сигналов по полным наблюдениям, т.е. асимптотически синтезированные в проекте процедуры выбора моделей по неполным данным не проигрывают эффективным статистическим процедурам оценивания сигналов по полным данным. Другими словами, для оценивания сигналов по неполным данным в проекте найдены условия на частоту поступления наблюдений, при которых строятся адаптивные процедуры выбора моделей являющиеся эффективными для робастных рисков, т.е. разработана методология оценивания сигналов, указывающая каким образом нужно эффективно компенсировать недостающую информацию в наблюдениях. Кроме того, на основе улучшенных методов оценивания разработаны процедуры выбора моделей для адаптивного оценивания непараметрических сигналов по неполным данным, наблюдаемых на фоне негауссовских шумов Леви. Найдены конструктивные условия на частоту поступления наблюдений, при которых установлено, что также как и в задаче для непараметрического оценивания по полным данным неасимптотическая среднеквадратическая точность улучшенной (сжимающей) оценки меньше, чем точность обычной оценки наименьших квадратов, а размер выигрыша, т.е. разница между рисками прямо пропорциональна числу оцениваемых параметров в проекционных оценках, которое стремится к бесконечности для непараметрических сигналов. Был проведен численный анализ эффекта улучшения, подтверждающий аналитические результаты.

В технической части проекта синтезированы и проанализированы оптимальные и квазиоптимальные алгоритмы обнаружения и оценивания произвольного числа неизвестных параметров сигнала, часть из которых являются регулярными, а часть – разрывными. Найдена структура новых оптимальных (максимально правдоподобных) и квазиоптимальных (квазиправдоподобных) алгоритмов обнаружения и оценки средней мощности случайной компоненты и амплитуды регулярной компоненты радиосигнала с неизвестной начальной фазой, получены асимптотически точные выражения для характеристик синтезированных обнаружителей и измерителей. Показано, что учет регулярной компоненты сигнала позволяет существенно повысить качество обнаружения и точность оценки средней мощности случайной компоненты сигнала по сравнению с известными алгоритмами обработки, не учитывающими наличие регулярной компоненты. Представлена обобщенная методика определения предельных статистических характеристик составных сингулярных случайных процессов. Найдены новые асимптотически точные выражения для функции распределения и вероятности превышения порога величиной абсолютного максимума суммы статистически независимых стационарных гауссовского и рэлеевского случайных процессов с недифференцируемой в нуле корреляционной функцией при малых и больших интервалах наблюдения. Синтезированы и проанализированы

новые быстрые цифровые алгоритмы некогерентной демодуляции сигналов с двоичной и четырехпозиционной относительной фазовой манипуляцией, требующих минимальное число арифметических операций на период несущей частоты.

С 9 по 11 июля 2018 года в Национальном исследовательском Томском государственном университете была организована международная научная конференция «Робастная статистика и финансовая математика - 2018», на которой были представлены основные результаты проекта за 2018 год. (<http://sspqf.tsu.ru/content/mezdunarodnaa-naucnaa-konferencia-robastnaa-statistika-i-finansovaa-matematika-2018>).

Результаты проекта также находятся в следующих информационных ресурсах в сети Интернет:

<https://arxiv.org/abs/1809.02241>

<https://arxiv.org/pdf/1710.03111.pdf>

<https://arxiv.org/pdf/1811.05319.pdf>

<https://arxiv.org/pdf/1807.09613v2.pdf>

<https://arxiv.org/pdf/1811.08814.pdf>

<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000635300>

<https://elibrary.ru/item.asp?id=36419639>

<http://sspqf.tsu.ru/content/mezdunarodnaa-naucnaa-konferencia-robastnaa-statistika-i-finansovaa-matematika-2018>

<https://stodep2018.sciencesconf.org>