

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

УТВЕРЖДАЮ:
Декан физического факультета
С. Н. Филимонов

Рабочая программа дисциплины

Методы интегрирования спектральных уравнений

по направлению подготовки

03.04.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки:
«Фундаментальная и прикладная физика»

Форма обучения

Очная

Квалификация

Магистр

Год приема

2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
О. Н. Чайковская

Председатель УМК
О. М. Сюсина

Томск – 2023

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ПК 1– Способен самостоятельно ставить конкретные задачи научных исследований в области физики и решать их с помощью современной аппаратуры и информационных технологий с использованием новейшего российского и зарубежного опыта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИПК 1.1 –Знает основные стратегии исследований в выбранной области физики, критерии эффективности, ограничения применимости.

ИПК 1.2 – Умеет выделять и систематизировать основные цели исследований в выбранной области физики, извлекать информацию из различных источников, включая периодическую печать и электронные коммуникации, представлять её в понятном виде и эффективно использовать.

ИПК 1.3 – Владеет навыками аналитической переработки информации, проведения исследований с помощью современной аппаратуры и информационных технологий, обобщения и представления результатов, полученных в процессе решения задач исследования.

2. Задачи освоения дисциплины

– Освоить концепцию точного квадратурного интегрирования дифференциальных уравнений;

– Формирование представления о современных методах интегрирования как теорий интегрирования широких классов обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, встречающихся в современной математической физике;

– Изучить методы алгебро-геометрического (тэта-функционального) интегрирования спектральных уравнений типа Шредингера;

– Освоить приложения теории римановых поверхностей к точно решаемым задачам теоретической и математической физики.

3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Семестр 3, Зачет с оценкой.

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: Математический анализ, теория дифференциальных уравнений, классическая механика, комплексный анализ.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

- лекции: 16 ч.;
 - практические занятия: 16 ч.;
 - в том числе практическая подготовка: 16 ч.
- Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Тема 1. Точная решаемость спектральных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Введение. Спектральные задачи и пучки дифференциальных операторов.

Интегрируемость в квадратурах и в специальных функциях. Аналогии с конечно зонными спектрами в теории твердого тела. Квадратурная интегрируемость по Драшу. Элементы дифференциальной теории Галуа.

Тема 2. Групповой анализ и симметрии спектрального уравнения Шредингера.

Непрерывные симметрии дифференциальных уравнений. Продолжение генератора точечных преобразований. Теоремы Ли о восстановлении группы и разрешимости ее алгебры. Связь с квадратурной интегрируемостью.

Тема 3. Уравнение Эрмита и спектральная кривая.

Возникновение уравнения Эрмита как уравнения 3-го порядка. Произвольность спектрального параметра и фундаментальный лямбда-полином. Интегрирующая подстановка. Оператор рекурсии Гельфанда-Дикого.

Тема 4. Уравнения Драша-Дубровина.

Разделение переменных и теорема Лиувилля. Спектральная кривая как риманова поверхность конечного рода. Общая формула для решения уравнения Шредингера в конечнозонном случае. Разбор случая $g = 2$.

Тема 5. Нелинейная интегрируемость по Лиувиллю.

Уравнения Лакса-Новикова на потенциал. Уравнения Лагранжа и метод Остроградского. Точная решаемость по Гамильтону. Разбор случая $g = 2$. Представление решений через абелевы интегралы на римановых поверхностях.

Тема 6. Римановы поверхности и абелевы интегралы.

Риманова поверхность конечного рода. Классификация абелевых интегралов на римановой поверхности. Элементы теории эллиптических функций. Теории Якоби-Лежандра и Вейерштрасса.

Тема 7. Тэта-функции Якоби

Тэта-ряд и его функциональные свойства. Динамическая система на тэта-функции. Представление квадратурных формул и интегралов через тэта-функции. Замкнутость абелевых интегралов и их представимость через функции Вейерштрасса. Общие сведения об абелевых функциях.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проверки и обсуждения задач практических занятий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр. Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» – <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет с оценкой в 3 семестре проводится в устной форме по билетам.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» – <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» -

<https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=96> <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=24827>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (<https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>).

в) План практических занятий по дисциплине

1. Полиномы теплопроводности. Точные решения уравнения теплопроводности по его нетривиальным симметриям.
2. Восстановление группы преобразований по ее генератору.
3. Генератор группы и поиск подстановки, сводящей уравнения к явно интегрируемому виду.
5. Лагранжиан и гамильтониан уравнения Новикова для $g = 2$. Схема Остроградского.
6. Интегралы в инволюции уравнений Новикова как коэффициенты спектральной кривой.
7. Полная проверка точного решения для случая рода $g = 1$.

Примерные темы рефератов для самостоятельной углубленной работы студентов в соответствии с тематикой учебной практики:

- 1) Компьютерная реализация теории общего случая для рода $g = 2, 3, \dots$ в компьютерном пакете аналитических вычислений; Mathematica, Maple, и т.п.
- 2) Контактные симметрии уравнения Шредингера с параметром.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Ибрагимов Н. Х. Группы преобразований в математической физике. – М.: Наука. 1982. – 280 с.
2. Новиков С. П. Теория солитонов. – М. Наука, 1980. – 319 с.
3. Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи рассеяния. – М.: Мир. 1987. – 479 с.
4. Gesztesy F., Holden H. Soliton Equations and Their Algebraic-Geometric Solutions. Cambridge University Press v.1. 2002, 534 pp.
5. Ахиезер Н. И. Элементы теории эллиптических функций – М.: Наука. Физ.-мат. лит. 1970. – 304 с.
6. van der Put V., Singer M. Galois theory of linear differential equations. Springer 2002 – 462с.

б) дополнительная литература:

1. Brezhnev Yu. V. What does integrability of finite-gap potentials mean? Phil. Trans. Royal Soc. (2008), v.366, 923-945.
2. Brezhnev Yu. V. Spectral/quadrature duality: Picard-Vessio Theory. Contemporary Mathematics. 2012. v.563, 1-31.
3. Rauch H., Farkas H. Theta functions with applications to Riemann surfaces. Williams & Wilkins 1974, 232 с.
4. Lawden D. Elliptic functions and applications. Springer 1989. - 334 с.

в) ресурсы сети Интернет:

Брежнев Ю. В. Исторические замечания к теории конечнозонного интегрирования: элементарная трактовка теории
<http://arXiv.org/nlin.SI/0504051>

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standard 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешанном формате («Актру»).

15. Информация о разработчиках

Брежнев Юрий Владимирович, доктор физико-математических наук, кафедра квантовой теории поля физического факультета ТГУ, профессор.